

رسالة
في
استخراج الاوتار في الدائرة

لخواص الخط المنحنى الواقع فيها
للعلامة ابي الريحان محمد بن احمد
البیرونی رحمه الله تعالى
المتوفى في سنة اربعين واربعائة من الهجرة

الطبعة الاولى

بمطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية
حیدرآباد الدکن
صانها الله تعالى عن جميع البلايا والفتن

١٣٦٧ هـ
سنة
١٩٤٨ م

استخراج الارتار

بسم الله الرحمن الرحيم

وقفت على ما استعاضتني من السبب الداعي ايلى الى الولوع
بتصحيح دعوى لقدماء اليونانيين في انقسام الخط المنحنى في كل
قوس بالعمود النازل عليه من منتصفها والتغير عن خواصه حتى
نسبتي لأجله الى الاشتغال بما يذكركه محمد بن زكريا الرازى من
فضول الهندسة من غير ان يشعر بحقيقة الفضول التى هى الزيادة
على الكفاية فى كل شئ فانه لو شعر بها اوجد نفسه مرتبكة فى
فضول الوسوسة التى افسد بها قلوبا متجافية عن الديانة او شرهة
بفضول الدنيا الى العتاد والرياسة وليس بمقدار الكفاية من
الهندسة ما ظنه الرازى و اشار بفلسفته اليه ، ثم عادى باقيه ولم يزل
الناس اعدى ما جهلوا •

قال الله تعالى (واذ لم يهتدوا به فسيقولون هذا افك قديم)
وانت فلو تحققت ماهية الهندسة وانها معرفة نسب الاجناس الواقعة
تحت الكمىة بعضها الى بعض وانها هى التى يتوصل بها الى معرفة
مقدار كل ما يحتاج اليه من مذروع ومكيل وموزون مما بين
مركز العالم وبين اقصى محسوس عنه وعرفت ان بها تمقل الصور

مجردة عن المواد وتتصور حقيقة البرهان تصور انطباع حتى لا يذهب
على القيم بها ما يذهب على كثير من المحصلين في المنطق مهما لزم
مسلك صناعته •

ثم ترتقى بوساطة التدريب بها من المعالم الطبيعية الى المعالم
الالهية التي تمتنع لغموض معانيها وصعوبة ما أخذها ودقة طرائقها
وبجلالة أمرها وبعد تصورها عن أن ينقاد لكل أحد أو يدركها من
عدل عن سنن البرهان لما عدلتني على ذلك •

وذلك أن يفعل إذا لم يقنع في المطلوب بالطريق الموصول
اليه دون تضييع الزمان في طلب طرق اخر اليه ثم لم يسفر في آخر
الامر عن نتائج هي عمدة علم الهيئة •

فأما كثرة الطرق فنسب جمي اياتها تدريب المتعلم بتنوعها
ثم اتجاذها ولأنها كانت لي في الغربة مؤنسة ولا سامر من فارقتهم من
الأصدقاء مذكرة وقد اثبتها لك لتأملها وتعرف كيف مآل جميعها
الى النكته الواحدة وما تشر الفوائد في العاقبة فيشهد غرري
لديك فيما جئت (١) حوله من عدلى ورب لا ثم ملهم، وما التوفيق
الامر عند الله تعالى •

الدعوى

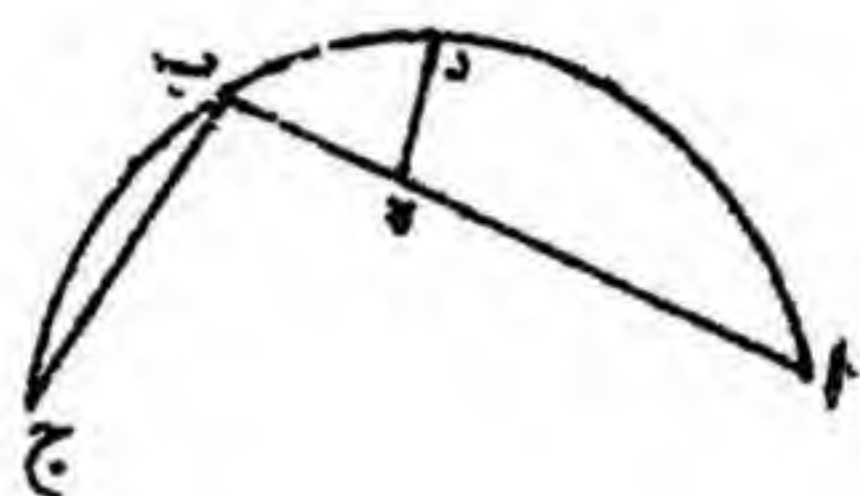
إذا عطف في قوس مامن دائرة خط مستقيم على غير تساوي
وانزل عليه من منتصف تلك القوس عمود فانه يقسم به بنصفين •

لستخراج الاوتار

٥

مثاله ان خط - اب ج - المنحنى في قوس - اب ج - قد نُزل
عليه من منتصف قوس - اب ج - وهو - د - عمود - د ه - .
فاقول ان خط - اب ج - المنحنى قد اتقسم بنصفين اعني ان
اهم مساو لمجموع - ه ب - ب ج - .

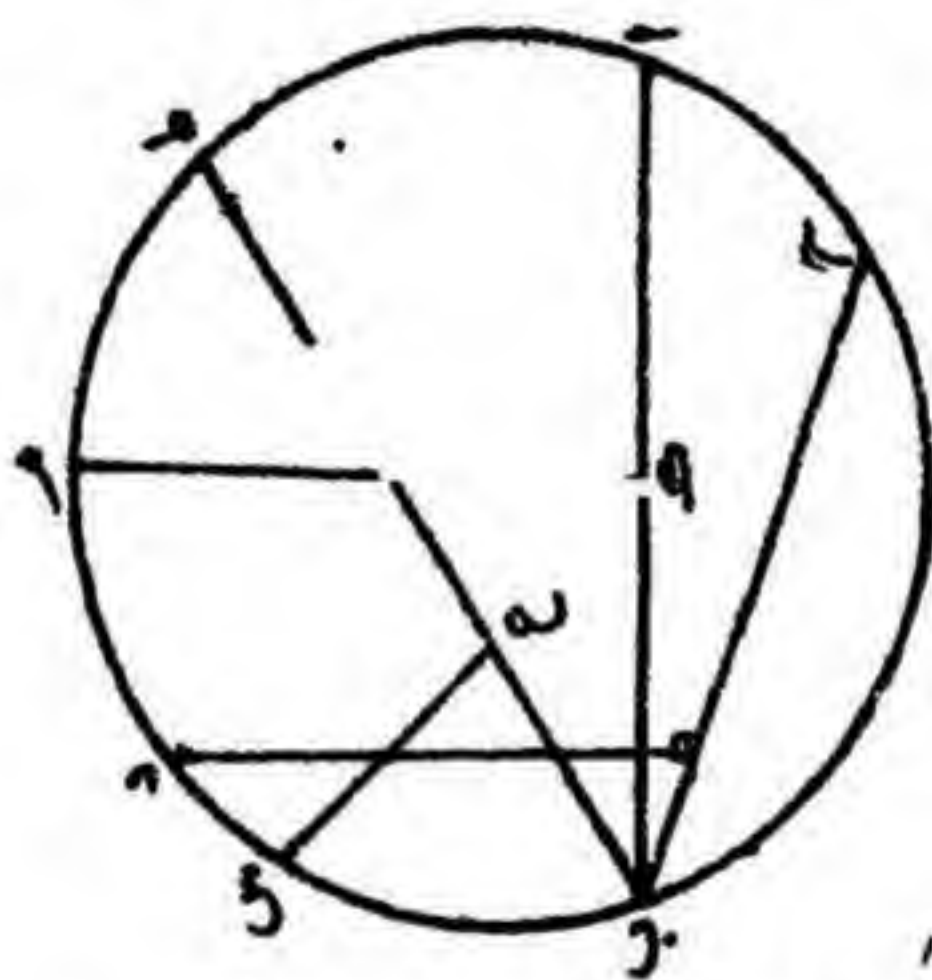
ش - ١



واما اختلاف الاوضاع فيه فان قوس - اد ب - اذا فضلت
على نصف الدور لم يحل قوس - ب ج - من ان يكون قاصرا عن
كمال الدور فتكون القضية على حالها والصورة كهيئتها، او يكون
فاضلا على كمال الدور مثل قوس - ب ا ط - ففي الصورة الثانية
فيصير منتصف قوس - ا د ب ج ط - نقطة - س - واعظم قسمي
الخط المنحنى - ط ب - دون - اب - والعمود النازل عليه - س ع
فيصير في الدعوى - ط ع - مساويا لمجموع - ع ب - ب ج - .
فاما مساواتها كمال الدور فقد سقطت من القسمة بتوالتها على
غير تساوي لانها تبطل صورة الخط المنحنى فيصير خط - اب -

واما ان نقطة - ه - على وتر - اب - لا يقع خارج الدائرة
فيظهر اذا انزلنا من نقطة - م - وهو منتصف قوس - ادب - عمود
م ك - على خط - اب - فان - ك ه - بالضرورة تساوي نصف
وتر - ب ج - لان قوس - م د - تساوي نصف قوس - ب ج -
وكل - ب ج - يقصر عن كل - اب - فنصفه اقصر من - ك ب
فنقطة - ه - فيما بين تقطعي - ك - ب - على كل حال .

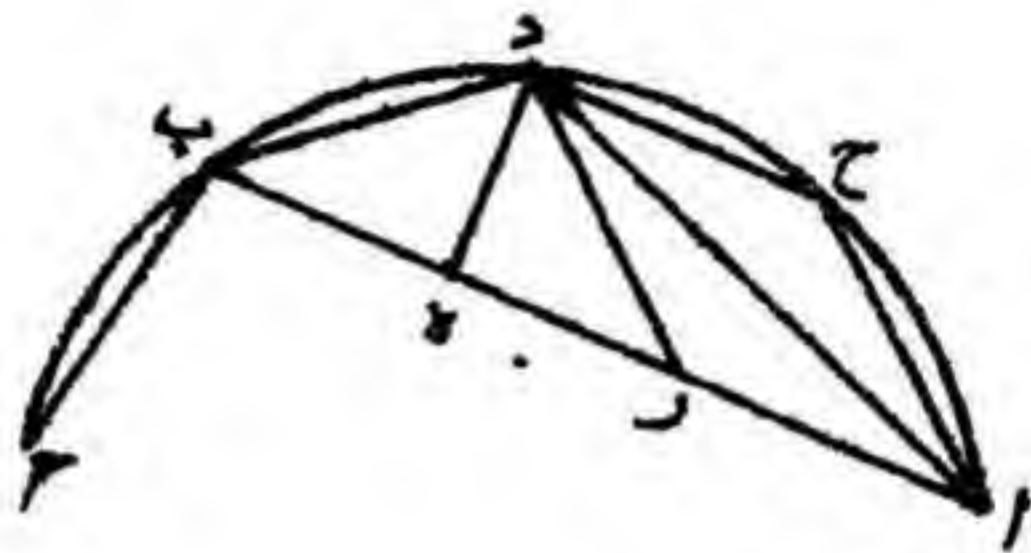
ش - ٢



البرهان عليه لاذر خور
ابن اشتاذ جشنس

قال نخرج - ج ب - على استقامته وننزل عليه من - د
عمود - د ز - ونصل - اد - د ج - فلان في مثلثي - د ز ج - د ه ا
زاويتا - د ز ج - د ه ا - قائمتان وزاويتا - ز ج د - ه ا د - متساويتان
لانهما على قوس واحدة فان المثلثين متشابهان و - اد - يساوي

زاوية - د ز ب - مساوية لزاويتي - ز ا د - ز د ا - فزاويتي - ز د ا
 ح د ا - اذن متساويتان و - د ز - مساو - لد ح - و - د ا - مشترك
 فقاعدتا - از - ا ح - متساويتان لكن - ا ح - مساو - لب ج - فاز
 مساو - لب ج - و - ز ه - مساو - له ب - فاز - مع - ز ه - مساو
 له ب - مع - ب ج - * ش - ٤



(ج) برهان ابی سعید الضریر بجر جان

وابو سعید برهنه بمثل ذلك وقصد الابانة عن مساواة اضلاع
 مثلث - ا ح د - اضلاع مثلث - ا ز د - إلا انه ابتداء بفصل قوس
 ا ح - مساوية لقوس - ب ج - فتبقى له من القوسين المتساويتين
 قوسا - د ح - د ب - متساويتين وذلك يقتضى تساوى زاويتي
 ح ا د - ز ا د - ثم فصل - از - مساويا - لا ح - فتساوت قاعدتا
 ح د - ز د - لكن - ح د - د ب - متساويان - فد ب - د ز
 اذن متساويان وعمود - د ه - يقسم قاعدة - ز ب - بنصفين
 فاز - ز ه - يساوى - ه ب - ب ج - *

واتفق لي مثل هذا بعينه في كتابي في تصحيح المقول بين
العرض والطول •

ابو علي الحسن بن الحسن البصري

وقصد ابو علي مثل ذلك بتساوي مثلثي - ا ح د - ا ز د
الا انه بينه بطريق آخر •

هو انه فصل قوس - د ح - مساوية لقوس - د ب - فتساوت
زاويتا - ح ا د - ز ا د - ثم فصل - ه ز - مساويا - له ب - ووصل
د ز - فتبين مساواة - د ز - د ب •

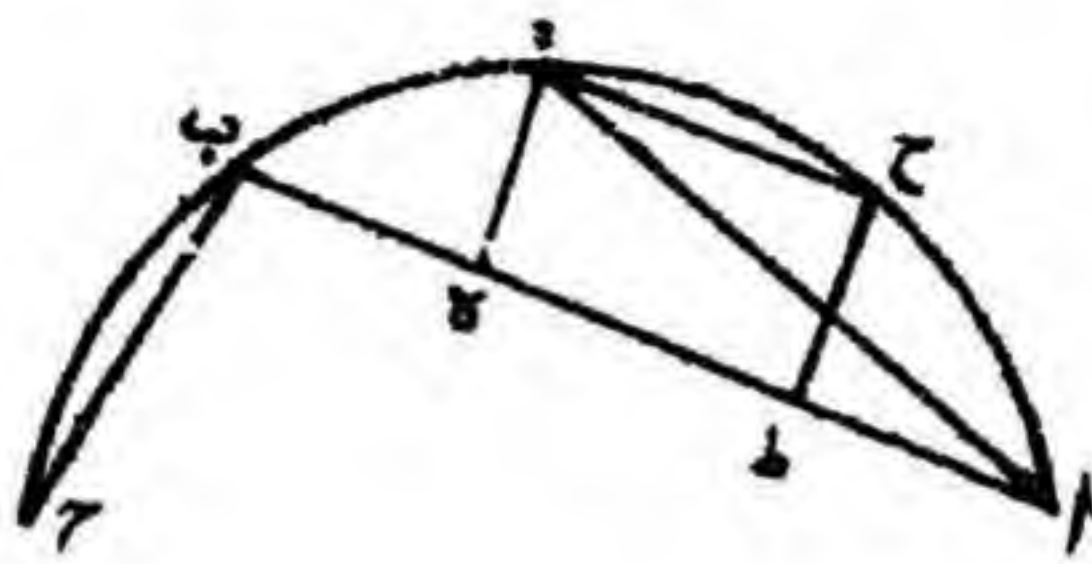
ثم قال ان شكل - ا ح ه د ب - في هذه الدائرة ذواربعة
اضلاع فزاويتا - ا ح د - ا ب د - فيه معادلتيان لزاويتين قائمتين
ولكن زاويتا - د ه ب - د ب ز - متساويتان فزاويتا - ا ح د
د ز ب - اذن معادلتيان لقائمتين فزاويتا - ا ح د - ا ز د - اذن
متساويتان وما بقي فعلى مثال ما تقدم •

ابو سعيد احمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي

وذهب آخرون في فصل قوس - د ح - ففصلوها مساوية
لقوس - ب ج - واخرج ابو سعيد السجزي - د ح - موازيا
لا ب - و - ح ط - موازيا - لد ه - فان فصل قوسا - ا ح - د
ب - متساويتان لتساوي زاويتي - ا د ح - ب ا د - وبقيت قوسا

استخراج الاوتار

ح د - ب ج - من كلا نصفي القوسين متساويتان ووتر - ز د
 مساو - ل ط ه - و - اح - ه ب - متساويان - فاط - مع - ط ه
 مساو - له ب - مع - ب ج • ش - ه



ولكثرة استعمالها هذه المقدمة في اقاويلي كيف نحوت في
 بعضها هذا النهج واخرجت قطر - د ك ع - و د ه - على استقامته
 الى - ز - واخرجت - ع ج - على موازاة - د ل - ففصلا قوسي
 د ج ل - ع ا ح - متساويتين ووصلت - ح د - كانت زاوية
 ط ب ح - قائمة لكونها في نصف الدائرة وسطح - د ه ط ح
 قائم الزوايا فهو متوازي الاضلاع - فح د - فيه مساو - ل ط ه
 واخرجت من مركز - ك - خط - ك س - على موازاة - ه د
 فقطع كل واحد من وترى - اب - ح د - بنصفين لقيامه عليهما
 وصار - ح س - مساويا - لس د - فطم - مساو - لم ه - وبقي
 ا ط - ه ب - متساويان - و - ح د - المساوي - ل ط ه - مساو
 لب ج - فاط - مع - ط ه - مساو - له ب - مع - ب ج •

ابو عبد الله محمد بن احمد الشنّی

وله طریق قریب من هذا وهو انه وصل - ع ل - فکان
سطح - ط ه ل ع - قائم الزوايا لتساوی عمودی - ل ه ع ط
بتساوی - ا ط ه ب - وقطر - د ع - یقطع وتر - ا ج - بنصفین
فزاویة - ص - قائمة ومثلثا - ا ص ف - د ف ه - متشابهان
فزاویتا - ع د ل - ب ا ج - متساویتان فوتر ا - ع ل - ب ج
متساویان - و - ع ل - ط ه - متساویان - فط ه - ب ج
متساویان والباقي کمثل ما تقدم * ش - ٧

القاضي ابو علي الحسن بن الحرث الحبوبي

والى شبيه به ذهب القاضي ابو علي الحبوبي ففصل - ا ح
مساوية لقوس - د ب - و وصل - ا ح - وانزل عمود - ح ط
على - ا ب - وبين تساوي مثلثي - ا ح ط - د ه ب - بمساواة
زاويتي - ط ه - للقيام وزاويتي - ح ا ط - د ب ه - لكونهما
على قوسى - ح د ب - ا ح د - المتساويتين ومساواة ضلعي - ا ح
د ب - فحصل اه تساوى - ا ط - ه ب - وعمودى - ح ط
د ه - والواصلة بين اطراف الخطوط المتساوية المتوازية متساوية
فج - د - مساو - ل - ط ه - و - ح د - ب ج - وترا قوسين
متساويتين فهما متساويتان - ف ا ط - مع - ط ه - مساو - له ب
مع - ب ج - ومتى ما فصل خط - ه ز - مساويا - له ب - ووصل
ه ز - ا د - د ج - كانت اضلاع مثلث - ا د ز - مساوية لاضلاع
مثلث - د ب ج - فساوى - ا ز - ب ج - وحصلت صحة الدعوى •

ابو نصر منصور بن علي بن عراق مولى امير المؤمنين

و قد قصدوها من مقام دشتي من غير ان يفصلوا من قوس
 اد -- شيئاً اما ابو نصر الجمعدى فانه لما فصل -- ه ز -- مساويا -- له ب
 ووصل -- دز -- قال ان خط -- ز ا -- لا يمكن ان يكون اعظم او اصغر
 من -- ب ج -- فان امكن ذلك فليسكن اولا اعظم ونجعل -- ا ح
 مساويا -- لب ج -- ان كان يمكن فكلا خطى -- ا ح -- اد -- مساو
 لكلا خطى -- ج ب -- ب د -- وزاويتا -- ا ج -- متساويتان فقاعدتا
 دز -- دح -- متساويتان إلا ان -- ه ز -- مساو -- له ب -- وعمود -- ه د
 مشترك -- فدز -- مساو -- لدب -- فدز -- دح -- من مثلث -- ز دح
 متساويان فزاويتا -- ب ح -- فى مثلث -- ب دح -- متساويتان
 فزاوية -- دز ح -- الخارجة من مثلث -- دب ز -- مساوية لزاوية
 دب ز -- الداخلة التى تقابلها، هذا خلف *

وبمثله نبين انه لا يمكن ان يكون اصغر -- فزا -- اذن مساو

لب ج -- وما بقى فكما تقدم * ش -- ٩

وسلكت انا في تبين مساواة - از - ب ج - في موضع آخر طريقا، هو ان زاوية - د ز ب - مساوية لزاويتي - ز د ا - زاد لكن زاويتي - د ب ز - د ز ب - متساويتان فزاوية - د ب ز مساوية لزاويتي - ز د ا - زاد - وزاوية - د ب ز - مركبة على نصف القوس المغطاة وزاوية - ز ا د - على قوس - د ب - من النصف الآخر فتبقى زاوية - ز د ا - بمقدار ثمة قوس - د ب الى نصف المغطاة وهو - ب ج - فزاوية - ا د ز - ج د ب متساويتان وزاويتا - ا - ج - متساويتان فمثلثا - ا ز د - ج ب د - متشابهان وضلعا - ا د - د ج - فيهما متساويان فالمثلثان متساويان و - از - مساو - لب ج •

وفي كتاب تحصيل الراحة بتصحيح المساحة احتجت الى الابانة عن اتفاق الحال في انطباق انحنى القوس على حدة الخط المنحنى دون تقايلهما اعني بالحال انتصاف الخط مع انتصاف القوس ففصلت زاوية - ا د ز - مساوية لزاوية - ب د ج - حتى تساوت زوايا مثلثي - ا د ز - د ج ب - المنفرجتى زاويتي - ز - ب - المتساوي ضلعي - ا د د ج - وصار - از - مساويا - لب ج وحصل المطلوب •

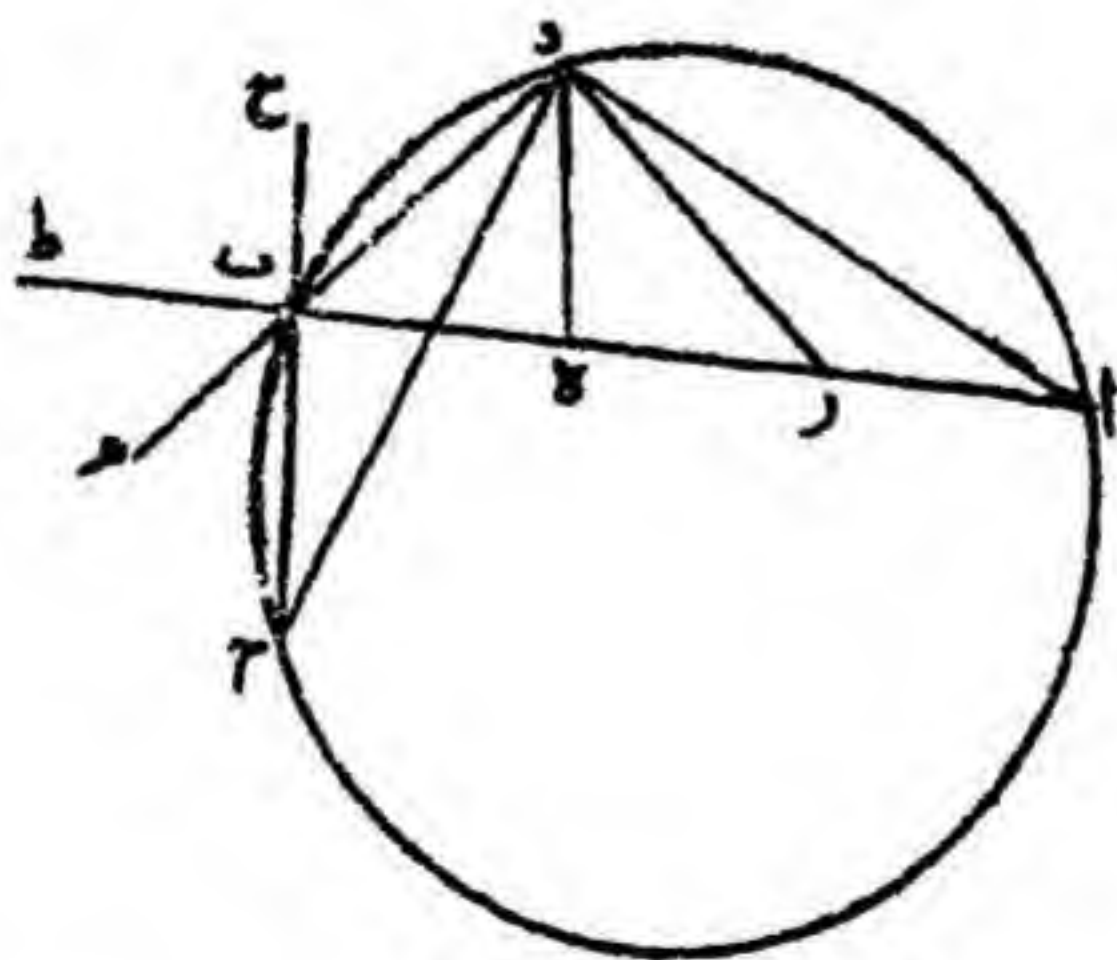
فان قوبل بين انحنى قوس - ا د ب - والخط المنحنى اعني الكائن في كمال هذه القوس الى تمام الدائرة لم ينصف عمود - د ه -

ذلك

ذلك الخط المنحني وانما ينصفه عمود قوسه اعني الخارج من طرف
القطر الى الطرف الآخر نقطة - د •

وقلت في تعليلي لزيج حبش تفصل - ه ز - مساويا - له ب
ونصل - د ز - د ب - فيكونان متساويين ثم نصل - ا د - د ج
ونخرج - ح ب - على استقامته الى - ح - فلأن زاوية - د ب ج
على قوس - د ا ج - تتمها الى القائمتين وهو زاوية - د ب ج
بمقدار قوس - د ب ج - المساوية لقوس - ا د - التي عليها زاوية
د ب ا - فزاويا - د ب ا - د ب ج - د ز ه - متساوية وتبقى
زاويتا - د ب ج - د ز ا - متساويتين وزاويتا - د ا ب - د ج ب
متساويتان - و د ز - مساو - ل د ب - فمثلثا - ا ج ب - د ب ج
مع تشابههما متساويان - ف ا ح - مساو - ل ب ح •

ش - ١٠



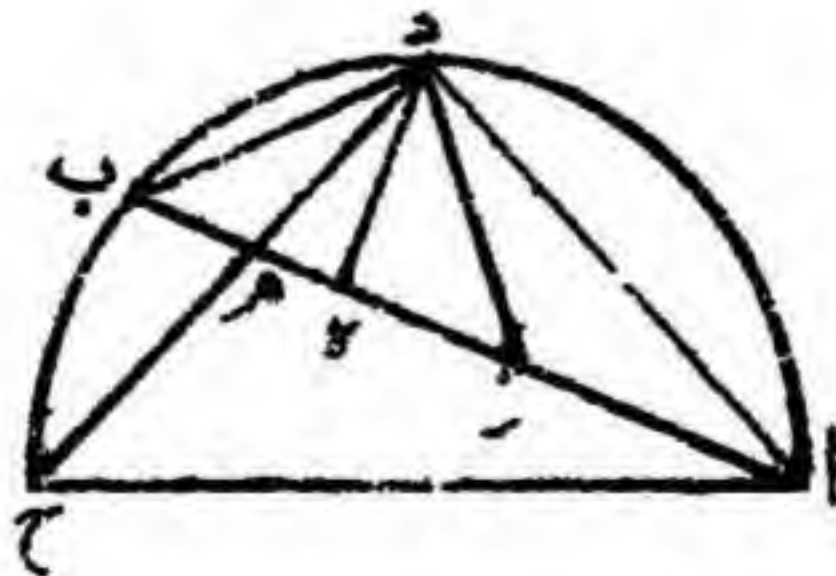
ويعجزان يقال ان تنمة زاوية - د ب ج - الى القائمتين هي
زاوية - ج ب م - وهي بمقدار قوس - د ل ج - فزاويتا - م ب

ج - د ب ا - متساويتان ونجعل زاوية - ه ب ج - مشتركة
 فتكون زاوية - د ل ج - مساوية لزاوية - ه ب م - وزاوية - ه
 ب م - مقابلة لزاوية - د ب ط - المساوية لزاوية - د ز ا - فزاوية
 د ل ج - اذن مساوية لزاوية - د ز ا .

أبو عبد الله الشنئ

قد ذهب في تصحيح ذلك الى ان فصل - ه ز - مساويا
 له ب - ووصل - د ز - ا ج - وقال ان في مثلثي - د ز ب - ا د
 ج - المتساوي الساقين زاويتا - ج ب - على قوس واحدة فهما
 متشابهان فزاويتا - ا د ج - د ز ب - اذن متساويتان ونسقط زاوية
 ز د م - المشتركة فتبقى زاويتا - ا د ز - ج د ب - متساويتين وضمما
 ا د - ا ز - من مثلث - د ا ز - مساويان لضلعي - ج د - د ب
 من مثلث - ج د ب - فقاعدة - ا ز - مساوية لقاعدة - ب ج .

ش - ١١



ابو علی الحسینی

ذهب فيه الى ان تم الدائرة وفصل - هـ ز - مساويا - له ب

ووصل - دب - دز - واخرج - دز - علی استقامته الی - ح

• ووصل - ا ح - ح ج •

ثم قال ان زاويتي - ا ز ح - د ز هـ - لأجل التقابل متساويتان

وزاویتا۔ اح ز۔ دبہ الکاٹنتان علی قوس واحدہ متساویتان

فزاویتا۔ ا ح ز۔ از ح۔ متساویتان۔ ف ا ح۔ مساو۔ لا

ز۔ و زاوِیتا۔ ا ح د۔ د ح ج۔ متساوِیتان لکونہما علی قوسین

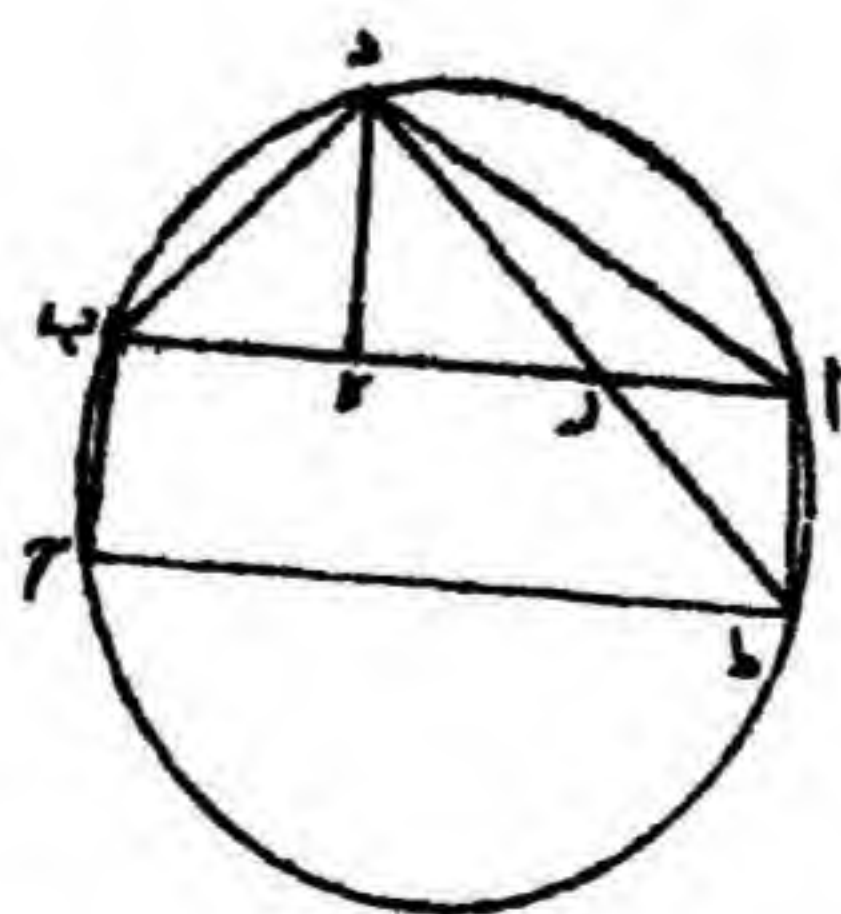
متساویتین فزاویتا - د ح ج - از ح - متساویتان وها متبادلان

فاب مواز - لح د - فقوسا - ا ح - ب ج - متساویتان فو ترا

اح - ب ج - متساویتان وقد کان - اح - مساویا - لاز

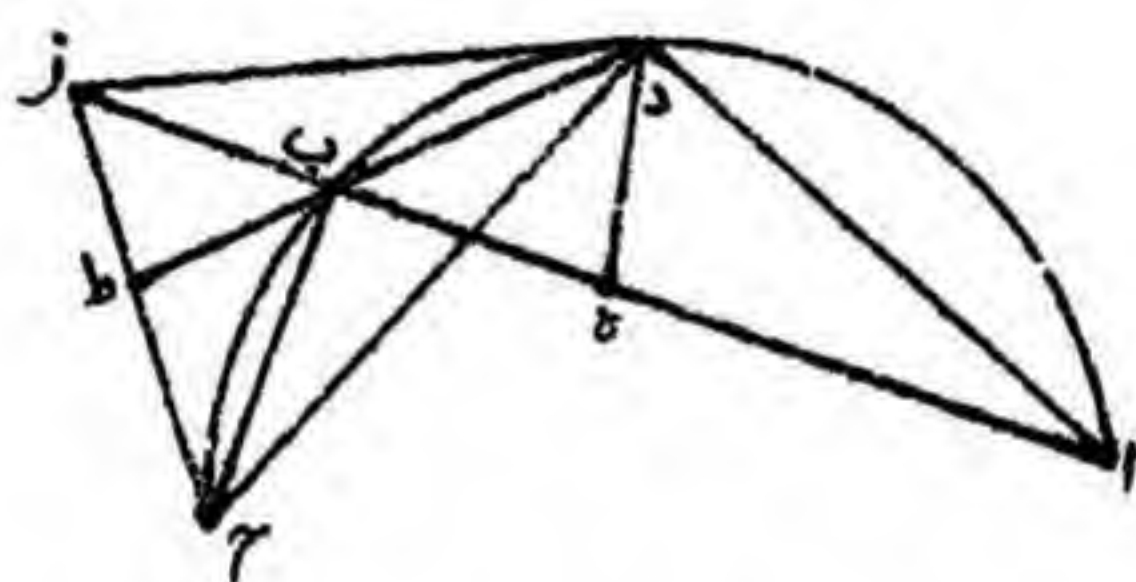
فاز۔ مساو۔ لب ج۔ •

ش ۱۲-



وزاوية - د ب ز - الخارجة من مثلث - ا د ب - مساوية لزاويتي
 د ا ب - ا د ب - اللتين تقابلانها فزاويتا - د ب ج - د ب ز
 متساويتان وقد كان تبين ان زاويتي - د ز ب - د ج ب
 متساويتان فتبقى زاويتا - ج د ب - ز د ب - متساويتين و - د
 ز - مساو - ا د ج - و - د ب - مشترك فقاعدتا - ج ب - ب ز
 متساويتان فخطا - ج ب - ب ه - مساويان لخط - ز - ا عني - ه ا .

ش - ١٤



اذر خور ابن اشتاذ جشنس

وذهب الآخرون في تصحيح تساوي مثلثي - د ج ب - د
 ز ب - الى طرق اخر فاما اذر خور فانه وصل - ج ز - وبين
 تساوي خطوط - ا د - د ز - د ج - وتساوي زوايا - ا ز ج
 بمثل ما تقدم ثم قال ان مثلث - د ج ز - متساوي ساق - د ج
 د ز - فزاويتا - د ج ز - د ز ج - فيه متساويتان فاذا القينا منها
 زاويتي - د ج ب - د ز ب - المتساويتين بقيت زاويتا - ب ج ز - ب

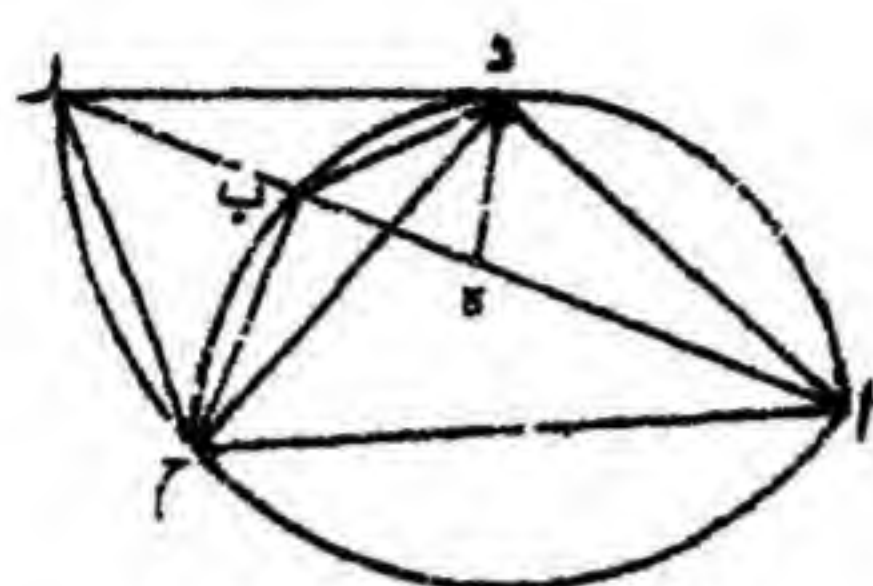
ب ز ج - متساويتين فيكون - ب ز - مثل - ب ج - و - ب ز
 مع - ب ه - مساو - له ب - ز ج - متساويتين فيكون - ب ز - مثل
 ب ج - و - ب ز - مع - ب ه - ايضا مساو - له ا .

ارشيدس وبعض اليونانيين

ولارشيدس في كتاب الدوائر ولسارينوس برهان ثالث
 ووجدته بعينه في مسائل لليونانيين لاثقة ان تكون لا بلونيوس
 ترجمها يوحنا بن يوسف .

قال فلان - د ج - وتر في الدائرة تكون قطعة - د ل ج
 اصغر من نصف دائرة وليس يمكن ان يكون اعظم منه لأن قوس
 ا د - تساويه وممتنع ان يفرز من دائرة قوسان متساويتان كل
 واحدة منهما اعظم من نصف الدور من غير ان يشترك بينهما شيء
 فزاوية - د ل ج - التي قبلها منفرجة ومن اجل ان - ا د - وتر في
 الدائرة تكون قطعة - د ج ا - اعظم من نصف دائرة فزاوية
 د ب ا - التي قبلها حادة وتبقى زاوية - د ب ز - منفرجة
 وزاويتا - د ز ب - د ج ب - متساويتان وخطا - د ج - د ز
 متساويان ونسبتهما الى خط - د ب - المشترك واحدة فمثلثا - د ب
 ز - د ب ج - زاوية من احدهما وهي - ج - مساوية لزاوية من
 الآخر وهي - ز - والاضلاع التي تحيط بزاويتين اخراوين متناسبة
 وزاويتا - د ب ج - د ب ز - كل واحدة منهما اعظم من قائمة
 فالزاوية

فالزاوية الباقية متساوية والمثلثان متشابهان فـ هـ ا ايضا متساويان .
وقلت في كتابي في المسائل المفيدة والجوابات السديدة في علل
زيج الخوارزمي نخرج - ا ب - على استقامته ونجعل - ب ز - مساويا
لـ ب ج - ونصل - ج ز - د ز - د ا - وننزل عمود - ب ط
على - ج ك - فتتصف قاعدة - ج ز - لتساوي ساقى - ج ب
ز ب - ويتساوى مثلثا - ط ج ب - ط ب ز - وزواياهما النظائر
ولأن زاوية - ا ب ط - الخارجة من مثلث - ط ز ب - مساوية
لزاويتي - ب ط ز - ب ز ط - الداخلتين وزاوية - د ب ج
الخارجة من مثلث - ب ط ج - مساوية لزاويتي - ب ج ط
ج ط ب - الداخلتين وبمجموع زاويتي - ب ط ز - ز ب ط
مساو لمجموع زاويتي - ب ج ط - ج ط ب - فزاويتا - ا ب ط
د ب ج - متساويتان وبمجموع زاويتي - ا ب ط - ط ب ز - مساو
لمجموع زاويتي - د ب ج - ج ب ط - إلا ان مجموع زاويتي
ا ب ط - ط ب ز - معادل لقائمتين فمجموع زاويتي - د ب ج
ج ب ط - كذلك معادل لقائمتين فخط - د ب ط - خط واحد
مستقيم وهو عمود مثلث - د ك ج - القاسم قاعدته بنصفين
فـ د ج - د ز - متساويان و - ا د - د ج - متساويان - فـ ا د
يساوى - د ك - فعمود - د ه - ينصف - ا ز - فـ ا ه - مساو
لـ ه ب - ب ز - لكن - ب ز - فرض مساويا - لب ج - فـ ا ه - اذن



ابو سعيد السجزي

واما ابو سعيد فانه اخرج - اب - على استقامته حتى
 صار - ب ز - مساويا - لب ج - ووصل ما وصلنا فيما تقدم
 فلتساوى - ب ج - ب ز - تساوت زاويتا - ب ج ز - ب ز ج
 وزاوية - اب ج - الخارجة تساويهما فهي ضعف احدهما فزاوية
 اد ج - المساوية لزاوية - اب ج - ضعف زاوية - ب ز ج
 فالدائرة المخطوطة على مركز - د - ويبعد - دا - تمر على تقطى
 ج - ز - وزاوية - اد ج - على مركزها وزاوية - از ج - على
 محيطها مركبتان على قطعة واحدة منها - فاد - دز - متساويان
 وزاويتا - دا ه - دزه - متساويتان و - ده - عمود على - اه ز
 فاه - مساو - اه ب - ب ز - اعنى - ب ج •

وذهب غيره في تصحيح تساوى - اد - دز - ان زاويتي - دا ج
 د ج ا - متساويتان وبمجموع زاويتي - اب ج - دا ج - معادل

لقائمتين

ش - ١٨



دعوى اخرى في الخط المنحنى

ولأننا اذا عبرنا عن هذا الخط المنحنى مما يحدث منه في القوس
 فقلنا اذا قسم قوس بنصفين و بتسمين مختلفين فان مضروب وترى
 القسمين المختلفين احدهما في الآخر مع مربع وتر ما بين النصف
 وبين احد المختلفين مساو لمربع وتر نصف القوس كانت خاصية
 حسنة نافعة وصار كل واحد مما تقدم في الدعوى الاولى وهى
 مقدمة للآخرى وربما اسبقت كل واحدة عن صاحبها وسواء عبرنا
 عن الخاصية بالاوتار فقلنا ان ضرب وتر - اب - فى وتر - ب ج
 مع مربع وتر - ه ب - مساو لمربع وتر - اد - او عبرنا عنها
 بالجيوب التى هى انصاف اوتار اضعاف القسى فقلنا ان ضرب جيب
 قوس - اب - فى جيب قوس - ب ج - مع مربع جيب قوس
 دب - يساوى مربع جيب قوس - اد -

ش - ١٩



فاما المشهور عند الكافة بعد تقديم الاولى مقدمة فهو ان
 ا ب ج - المنحنى كخط واحد مستقيم منقسم بنصفين على - هـ
 وبقسمين مختلفين على - ب - بضرب - ا ب - في - ب ج - مع
 مربع - ب هـ - مساو لمربع - ا هـ - ونجعل مربع - د هـ - مشتركا
 فيكون ضرب - ا ب - في - ب ج - ومربع - د ب - اعني مربع
 ب هـ - مساويا لمربع - ا د - اعني مربعي - ا هـ - د هـ .

فقد صحت لهم هذه الدعوى بخاصية الشكل الخامس من

المقالة الثانية من كتاب الاصول .

ويمكن ان تصح ايضا بخاصية الشكل منها فقد استبان ان - ا

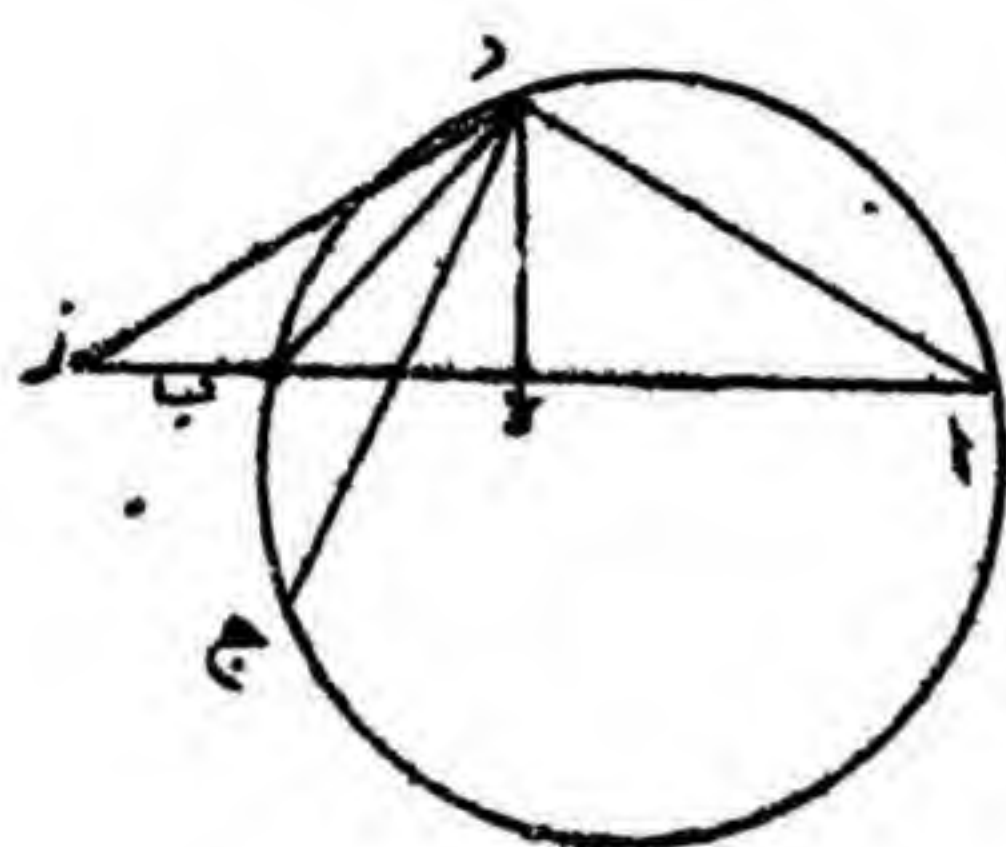
ز - مساو - لب ج - اذا افرز - ز هـ - مساويا - له ب - وذلك

ان خط - ب ز - قسم بنصفين على - هـ - وزيد فيه - ز ا - بضرب

ب ا - في - ا ز - مع مربع - ز هـ - مساو لمربع - ا هـ - ونجعل

مربع - هـ د - مشتركا فيكون ضرب - ب ا - في - ا ز - مع مربعي

ز د - اعنى مربعى - ز ه - مساو لمربع - ا د - اعنى
 مربعى - ا ه - د - لكن - د ب - مساو - لد ز ف ضرب - ب
 ا - فى - ا ز - اعنى - ب ج - مع مربع - د ب - مساو لمربع - ا
 د - وذلك ما اردنا بيانه • ش - ٢٠



احد اليونانيين وابو سعيد السجزى وابو على البصرى

ومن الفضلاء من خفف ثقل هذه الموازنة ومنهم من
 طول قصرها فخرجت على هياآت مختلفة وقد وجدتها فى المسائل التى
 ترجمها يوحنا بن يوسف من اليونانى الى العربى واتفق مثلها بعينه
 لآبى على البصرى وآبى سعيد السجزى وبرهانها بطريقة واحدة
 وهى هذه •

كل مثلث متساوى الساقين يخرج فيه خط من الزاوية الى
 القاعدتين فيقسمها بقسمين مختلفين فان ضرب احد القسمين المختلفين فى

الآخر ومربع ذلك الخط مساو لمربع احد الساقين •
 فليكن مثلث - ا د ز - متساوي ساقى - د ا - د ز - ولنخرج
 فيه الى القاعدة خط - د ب - كيف اتفق بعد ان لا يكون عمودا
 عليها ، فاقول ان ضرب - ا ب - فى - ب ز - مع مربع - د ب
 مساو لمربع - ا ب - ولنذكر للبرهان على مثلث - ا د ب - دائرة تحيط
 به ونخرج عمود - د ه - فلان خط - ا ز - قسم بنصفين على - ه
 وبقسمين مختلفين على - ب - يكون مربع - ا ه - مساويا لضرب
 ا ب - فى - ب ز - مع مربع - ه ب - ونجعل مربع - د ه - مشتركا
 كما عملنا فيما تقدم الى ان ينتهى الى مساواة مربع - ا د - مربع - د
 ب - مع ضرب - ا ب - فى - ب ز - فاذا اخرج - ب ج - مساويا
 لب ز - آل الامر الى ما نحن فيه وصار ضرب - ا ب - فى - ب ج
 مع مربع - د ب - مساويا لضرب - ا د - فى - د ج •

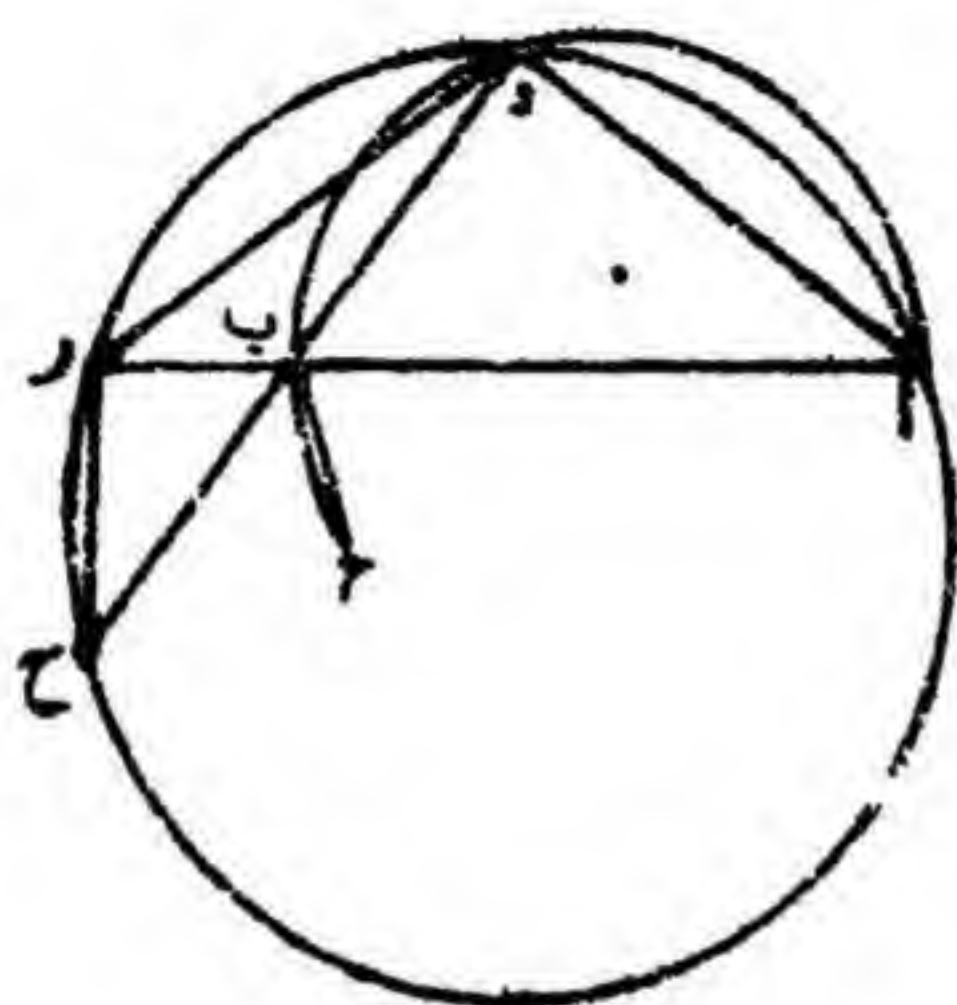
ويجوز ان يبرهنها بطريق السطوح الواقعة تحت الحس
 فنخرج عمود - د ه - على استقامته حتى يصير - ه ز - مساويا
 لا ه - ونتمم سطح - از - المتوازي الاضلاع فيكون مربع خط
 ا ه - وعلى خط - ه ب - نعمل مربع - ه ط - ونخرج - ط ك -
 على استقامته الى - ل - ونجعل - ه م - مساويا - له ب - ونخرج
 م س ع - موازيا - له ز - ونتمم سطح - ا ه ج - متوازي الاضلاع
 فبحسب المقدمة الاولى يكون - م ا - مساويا - لب ج - وهو
 فضل ما بين - ه ب - ا - قسمى القاعدة بالعمود - و - ه س - س
 ح - مربعان - فام - مساو - لك ز - وسطوح - اس - س ز
 ز ط - متساوية فسطح - ط ز - هو مربع - از - بنقصان مربع - ه
 ط - اعني - ه س - عنه •

والكن سطح - ط ح - هو ضرب - ل ط - المساوى
 لاب - في - ط ف - المساوى - لم ا - الذى هو مساو - لب ج
 فاذا زدنا عليه مربع - ب د - كنا كأنا زدنا فيه مربع - م ك
 اعنى - ك ب - قتم - مربع - از - بانجبار النقصان اليه ثم زدنا
 على المبلغ مربع - ه د - لكن مجموع مربع خط - ه د - ومربع - ا
 ز - الذى قد تم تساوى مربع - ا د - فاذن مربع - ب د - وضرب
 اب - في - ب ج - يساوى مربع - ا د -

ابو نصر الجعدى

برهانه عليها انه اخرج - ج ب - على استقامته وانزل عليه
 عمود - د ز - فلان زاوية - ا د ج - بمقدار تنمة قوس - ا د ج
 الى كمال الدائرة تكون زاوية - ا ب ز - بمقدار قوس - ا د ج
 فزاويتا - ه ن د - د ن ز - متساويتان لان - ه ن د - على نصف
 قوس - ا د ج - وزاويتا - ه ز - قائمتان وضلع - د ب - مشترك
 فالمثلثان متساويان و - ب ز - مساو - لب ه - و - د ج - يقوى على
 ج ز - زد - و - ب د - يقوى على - ب ز - زد - فبج د - اذن يقوى
 على - ب د - وزيادة قوة - ج ز - على - قوة - ب ز - وتلك الزيادة
 هى مربع - ج ب - مع ضعف - ب ز - في - ب ج - لكن - ا ه
 مساو لمجموع - ه ب - ب ج - وقد تبين ان - ه ب - يساوى - ب
 ز - فاب - يساوى - ب ج - وضعف - ب ز - فمربع - د ج

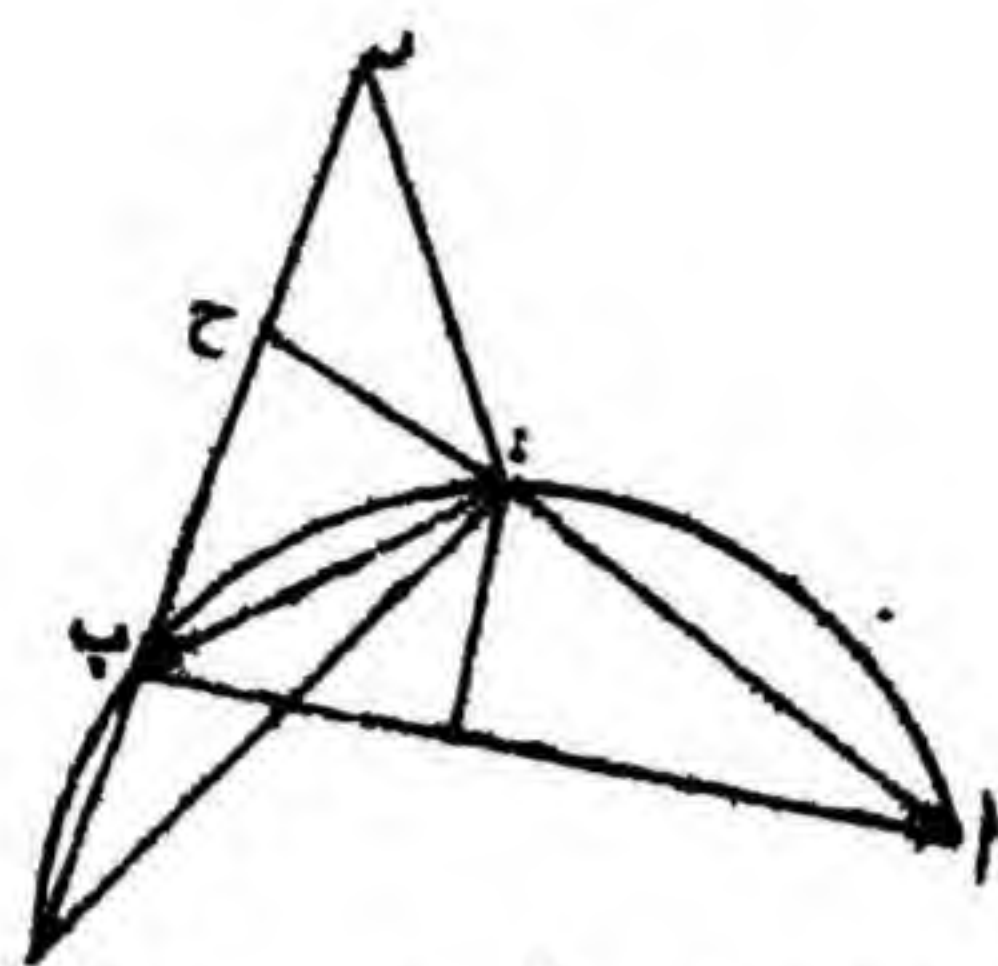
ش-۲۳



قال نحزج - اب - على استقامته حتى يكون مثلث - ادز
متساوي ساقى - اد - دز - وندير على هذا المثلث دائرة تحيط
به ونحزج - دب - على استقامته الى محيطها ونصل - حز -
فضرب - اب - فى - بز - مساو لضرب - دب - فى - بح -
ولكن ضرب - دب - فى - بح - ومربع - دب - مساو لضرب
دح - فى - دب - وزاويتا - دزا - دحز - من مثلثى - دبز
دحز - مساويتان لانهما على قوسى - اد - دز - المتساويتين
وزاوية مشتركة لهما يكون المثلثان متشابهين فنسبة - دح - الى
دز - كنسبة - دز - الى - دب - فى - دب - مساو لمربع - دز
لكن - دح - فى - دب - مساو - لاب - فى - بز - مع مربع
دب - قاب - فى - بز - المساوى - لبج - كما تبين اولامع

مربع - د ب - مساو لمربع - ا د - المساوی - لد ز •

ش - ۲۴

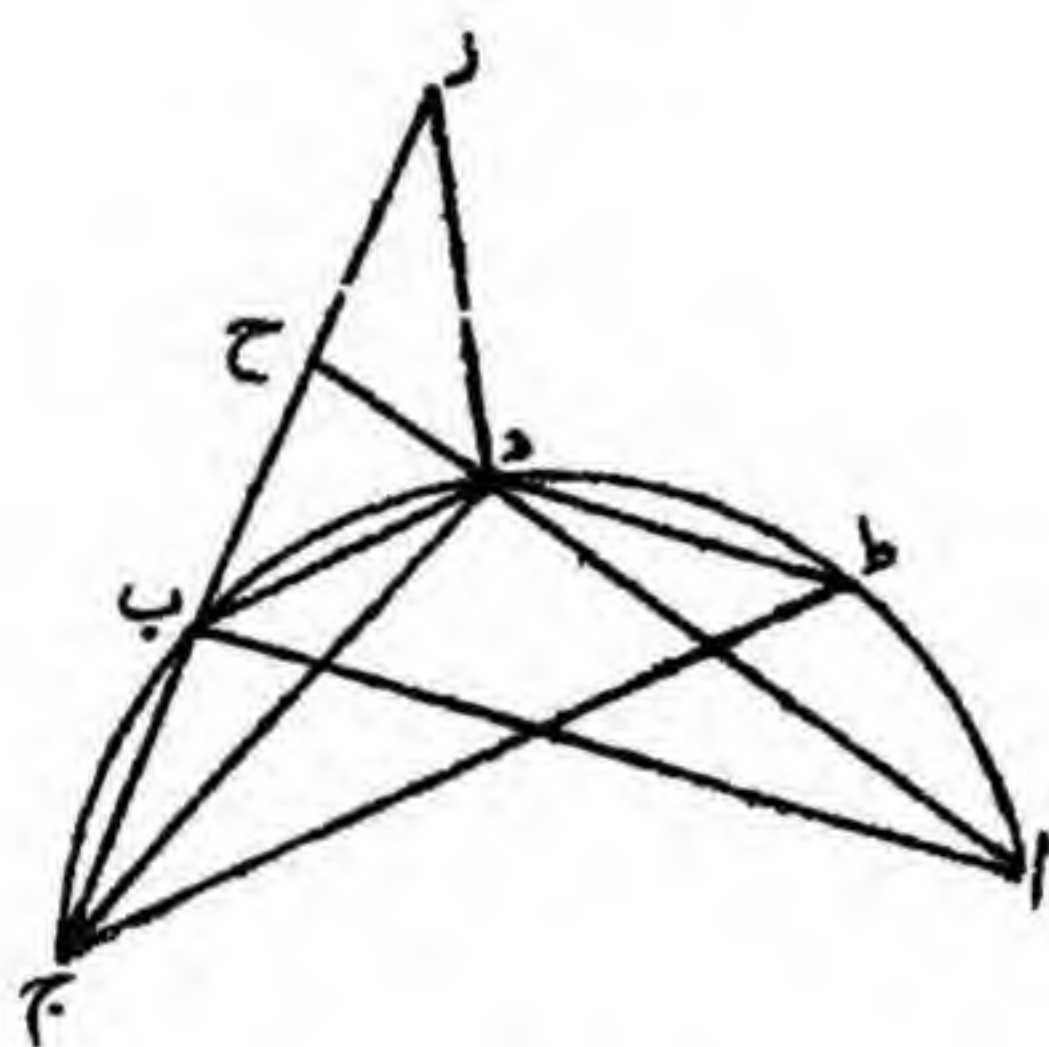


فهذه هي الطرق التي بنوها في تصحيح هذه الدعوى على
المقدمة الاولى ولهم في ذلك طرق مستغنية عن تلك فكأنها سوابق
وتلك لواحق فمنها •

طريق لابي نصر الجعدى

اخرج فيه - ج ب - على استقامته وانزل عليه عمود - د ح
وجعل - ح ز - مساويا - ا ب ج - ووصل - د ز - فلان - د ج
يقوى على - د ح - ج ح - و - د ب - يقوى على - د ح - ح ب
فان مربع - د ج - مساو لمربعى - د ب - ب ج - وضعف ضرب
ح ب - فى - ب ج - لكن - ح ز - يساوى - ح ب - فمربع
د ج - مساو لمربع - د ب - وضرب - ز ج - فى - ج ب - جميعا
وزاوية - ج - تساوى زاوية - ا - وخط - د ب - قسم زاوية
ا ب ز - بنصفين وزاوية - ز - تساوى - د ب ج - فزاوية - ا ب د

تساوی زاویه - ج زد - وقد کانت زاویه - ج - مساویة لزاویه
 ا - و ضلع - د ج - مساو ل ضلع - ا د - فج ز - یساوی - اب
 و مربع - د ج - یساوی مربع - د ب - مع ضرب - ز ج - فی
 ج ب - فمربع - ا د - اذن مساو لمربع - د ب - وضرب - اب
 فی - ب ج . ش - ۲۵

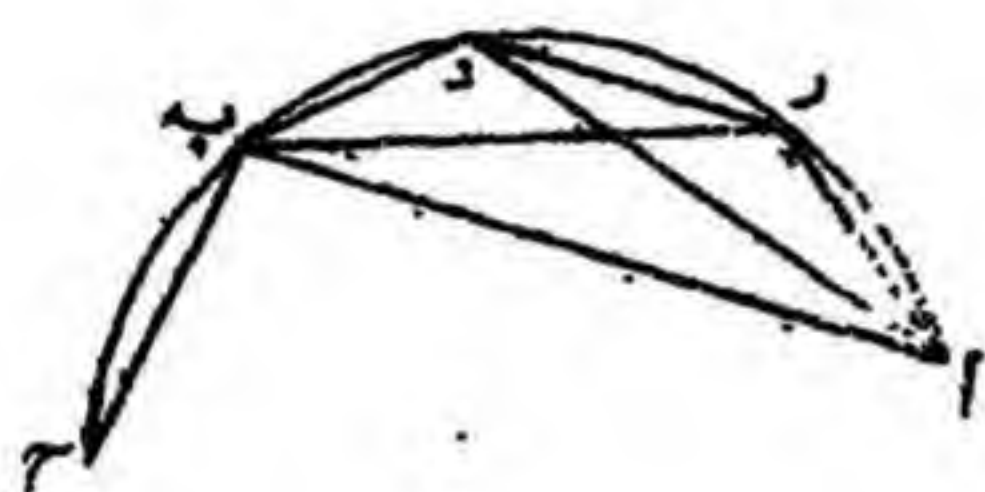


ابو عبد الله الشنی

فصل قوس - ا ط - مساویة لقوس - ب ج - و وصل
 ج ز - و اخرج - ج ب - علی استقامته حتی صار - ج ز - مساویا
 لخط - ج ط - و انزل علیه عمود - د ح - و وصل - د ز - فکلا
 خطی - ط ج - ح د - مساویان لکلا خطی - ز ج - ج د - و زاویتا
 ط ج د - ز ج د - علی قوسین متساویتین فقاعدتا - د ز - ز ط
 متساویتان لکن - د ز - یساوی - د ب - فد ط - مساو - لد
 ب - فخط - ز ب - منقسم بعمود - د ح - بنصفین و - ب ج

زیادة۔ فیہ ف ضرب۔ ز ب۔ فی۔ ج ب۔ مع مربع۔ ب ح
مساوالمربع۔ د ج۔ لکن۔ اب۔ یساوی۔ ج ز۔ اعنی۔ ج
ط۔ ف ضرب۔ اب۔ فی۔ ب ج۔ مع مربع۔ د ب۔ یساوی
مربع۔ ج د۔ اعنی۔ اد۔

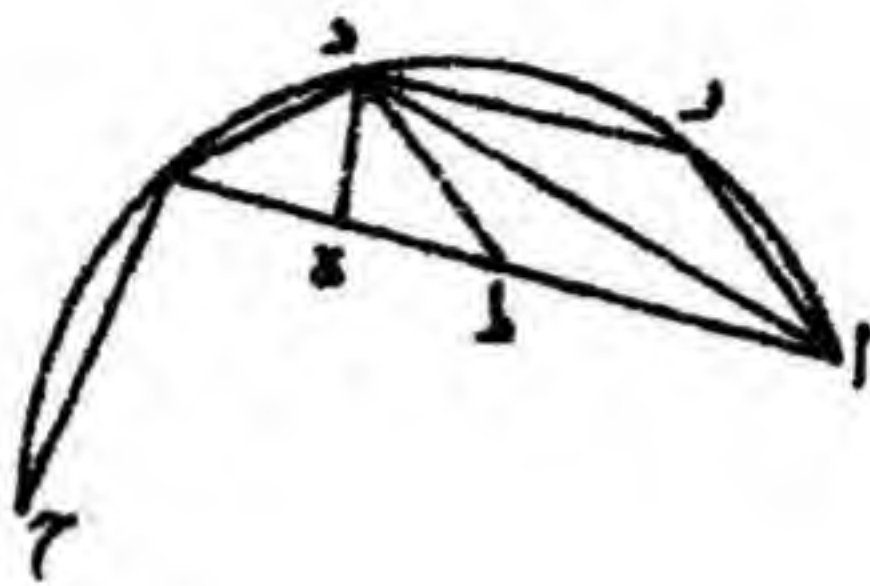
ش-۲۶



ولما احتجت اليه في بعض كتب قلتي فخرج - د ز - موازيا
لاب - ونصل - از - اد - زب - ب د - فلان قوس - اد
مساوية لقوس - د ج - وقوسا - از - دب - متساويتان تبقى
قوس - د ز - مساوية لقوس - ب ج - فوتراهما متساويان ولان
ذا اربعة اضلاع - از دب - في دائرة تحيط به يكون ضرب - ا
د - في - زب - مساويا لمجموع ضرب - زد - في - اب - وضرب
از - في - دب - لكن - زد - مساو - لب ج - و - اد
زب - متساويان فاذن مربع - اد - مساو لضرب - اب - في

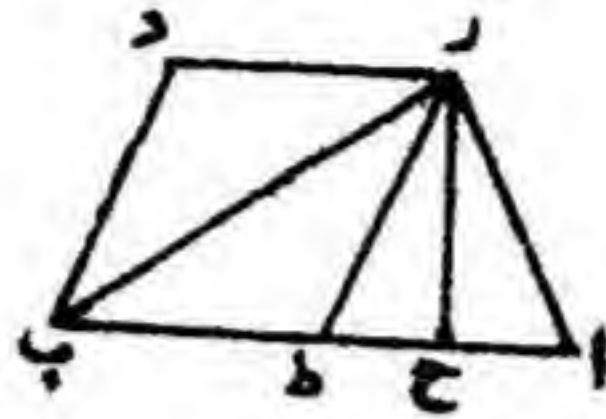
ب ج - اغنى - زد - ومربع - دب •

ش - ٢٧



وقلت في موضع آخر من غير احالة على كتاب المجسطى نزل
 عمود - ده - على - اب - ونصل - اد - ونخرج - دز - موازيا
 لاب - و - دط - موازيا - لزا - فيكون مساويا له و - لد
 ب - وزاوية - دط ا - منفرجة فمربع - اد - يزيد على مربعي
 اط - طد - لضرب - اط - في - طب - اغنى في - طه - مرتين
 لكن ضرب - اط - في - طب - مع مربع - اط - مساو لضرب
 ب ا - في - اط - فمربع - اد - اذن مساو لمجموع - دب - المساوي
 لدط - اغنى ضرب - دب - في - زا - وضرب - ب ا - في
 اط - اغنى مربع - اط - وضرب - طه - في - ط ا - مرتين و
 اط - مساو - لحز - و - زد - مساو - لبج - فمربع - اد
 مساو لمربع - دب - وضرب - اب - في - ب ج •

ش - ٢٨



سليمان بن عصة السمرقندی

له رسالة في مساحة ذوات النواحي اخرج فيها في المتوازي
 الضلعين المتساويين آخرين - و ز - موازيا - لا ب - وفصل
 ب ط - مساويا - از ب - ووصل - ز ط - فساوي - د ب
 المساوي - لا ب - المساوي - لزا - واخرج عمود مثلث - از ط
 فقسم - ا ط - على - ج - بنصفين و - ط ب - زيادة فيه ف ضرب
 ا ب - في - ب ط - مع مربع - ح ط - مساو لمربع - ح ب - ثم جعل
 مربع - ز ح - مشتركاً حتى صار ضرب - ا ب - في - ب ط - اعني في
 ز ب - المساوي - لب ح - مع مربع - ز ط - اعني - د ب - مساويا
 لمربع - ز ب •

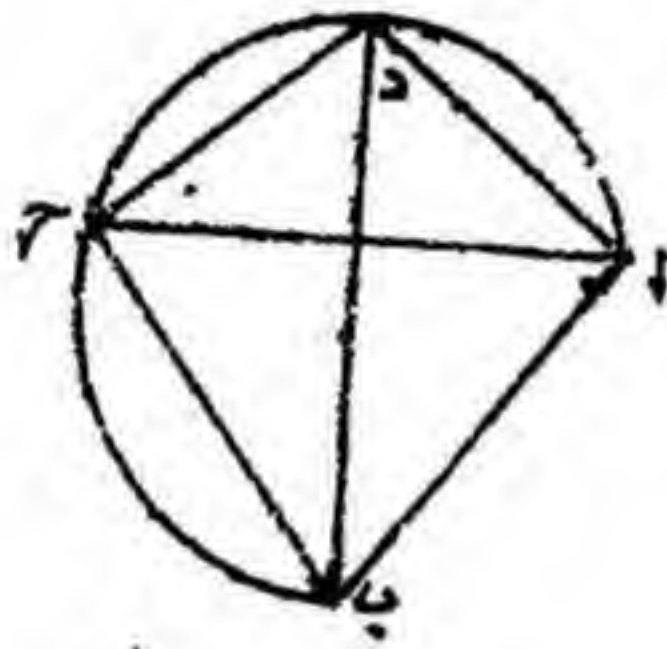
ش - ٢٩

ابو الحسن على بن عبد الله بن بامشان

ذهب فيه الى شبيه مما بين به بطليموس خاصية ذى الاربعة
الاضلاع فى الدائرة وقال ان زاويتي - ب د ج - ب ج د - على
قوس - د ب ج - فهما متساويتان لزاوية - د ب ا - ثم افرض من
زاوية - د ب ا - زاوية مساوية لزاوية - د ج ب - وتلك زاوية
د ب ط - فهي فى مثلث - د ب ط مساوية لزاوية - د ج ب
فى مثلث - د ج ب - وزاوية - ج د ب - مشتركة للمثلثين فهما
اذن متشابهان فنسبة - ج د - الى - د ب - كنسبة - ب د - الى
د ط - فمضروب - ج د - فى - د ط - مساو للمربع - ب د - ولان
زاوية - د ب ا - مساوية لزاوية - ب د ج - ب ج د - وقد
فصل زاوية - د ب ط - مساوية لزاوية - ب ج د - فان زاوية
ط ب ا - الباقية تساوى زاوية - ب د ج - وزاويتا - ا ب ج
ا د ج - متساويتان فجميع زاوية - ا د ب - مساوية لجميع
زاوية - ط ب ج - ومثلث - ا د ب - شبيه بمثلث - ط ب ج
فنسبة - ا ب - الى - ط ج - كنسبة - ا د - الى - ب ج
فمضروب - ا ب - فى - ب ج - مساو لمضروب - د ج - فى - ج
ط - وقد كان مضروب - ج د - فى - د ط - مساويا للمربع - ا د
ومضروب - د ج - فى كل واحد من قسمي - د ط - ط ج - هو
مربع - د ج - المساوى لمربع - ا د - فمربع - ا د - اذن مساو للمربع

مساوالمربع - ب ج - وضرب - ب ج - في - ج ك - فربع .
 د ج - اذن مساوالمربع - د ح - وضرب - ا ب - في - ب ج .
 وعلى جزئيته لايساوى - ب ك - القطر بزيادة ضعف - هـ
 ب - في - ب ج - الا عند مساواة قوسى - د ب - ج ط - وزوال
 الحكاية عن الصواب محمول على الحاكي دون ابى الحسن فربما اسقط
 النسيان عنه شيأ زال به الامر عن الحقيقة .

ش-٣١



اتمام هذه الدعوى الثانية بقسمها
 الثانى حتى تكون دعوى ثالثة

وكما ان قسمة القوس بنصفين وبقسمين مختلفين افادت فى
 اوتار خاصة مشابهة لما يقبلها الخط المستقيم المنقسم كذلك فان
 القوس المغطاة اذا قسمت بنصفين وزيد عليها من دائرتها قوس
 ما على استدراستها فان اوتار تلك الانقسام تقبل ايضا خاصية شبيهة
 مما يقبلها الخط المستقيم كذلك ، وهى ان مضروب وتر القوس

المنطقة مع الزيادة في وتر الزيادة مع مربع نصف القوس المنطقة
يساوي مربع وتر مجموع هذا النصف مع الزيادة •

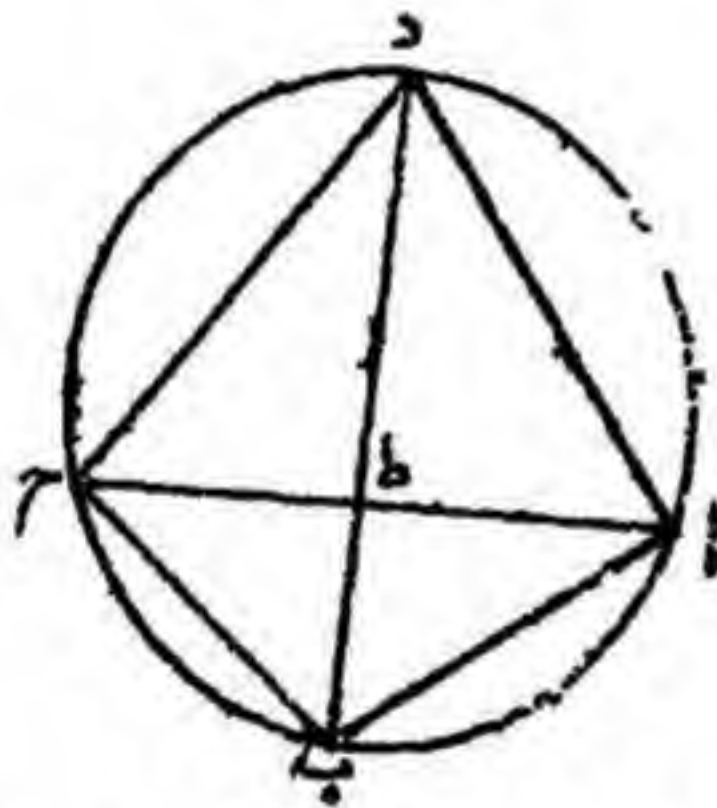
مثاله ان القوس المنطقة - ا د ج - منتصفها - د - وقد زيد

عليها قوس - ج ب - •

فاقول ان ضرب - ا ب - في - ب ج - مع مربع - د ج -

مساو لمربع - د ب - •

ش-٣٢



ابو الحسن بن بامشاذ

وصل - ا ج - مقاطعا - لد ب - على - ط - وتم الدائرة

فزاويتا - ا ب د - د ب ج - متساويتان لتساوي قوسى - ا د

د ج - وزاويتا - ج د ب - ج ا ب - متساويتان لانهما على قوس

واحدة فثلثا - ج د ب - - ب ط ا - متشابهان فنسبة - ا ب

الى - ب ط - كنسبة - د ب - الى - ب ج - فمضروب - ا ب

في - ب ج - مساو لمضروب - ب ط - في - د ب - وايضا

فان زاويتي - دب ج - ا ج د - متساويتان وزاوية - ج ب د
 مشتركة لمثلتي - دب ج - ط ج د - فهما متشابهان ونسبة - ب د
 الى - د ج - كنسبة - د ج - الى - د ط - فمضروب - ب د - في
 د ط - مساو للمربع - د ج - وقد كان تبين ان مضروب - اب
 في - ب ج - مساو لمضروب - ب ط - في - دب - ومضروب
 دب - في كل واحد من قسميه اعني - د ط - - ط ب - هو مربع
 دب - فمضروب - اب - في - ب ج - مع مربع - ج د - مساو
 لمربع - دب - وهو ما قلناه .

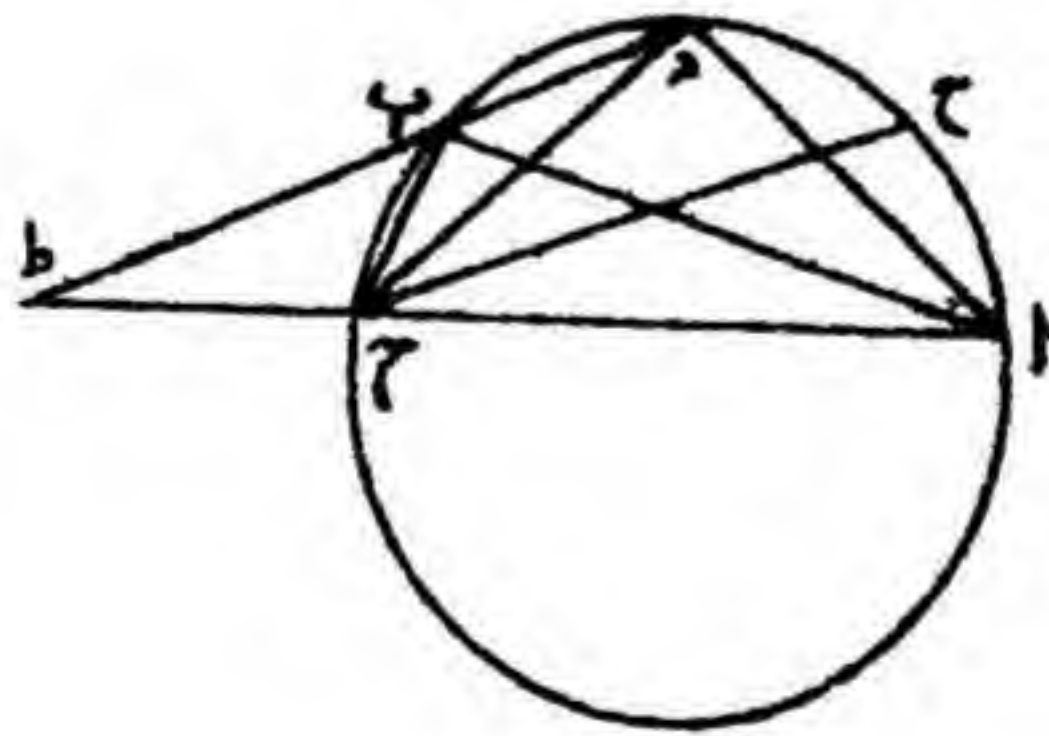
ولابي جعفر الخازن مثله لكنه حصل فيه مساواة
 ضرب - ب د - في - د ط - ضرب - اب - في - ب ج - من
 تشابه مثلتي - ج ط - ب د - لتساوي زاويتي - ج ب ط - دب ا
 فهما وتساوي زاويتي - ط ج ب - ادب - وحصل مساواة ضرب
 ب د - في - د ط - مربع - د ج - المتساوي - لاد - من تشابه
 مثلتي - اط د - اب د - لتساوي زاويتي - د ا ط - دب ا - واشتراك
 زاوية - ا د ط - فيهما .

برهان لبعضهم على ذلك ولم يذكروا سببه

فصل - ب ك - مساويا - لب ج - ووصل - ك ج - ك د
وانزل عمود - د ه - فلتساوى زاويتي - ج ب د - د ب ا - مع
تساوى ضلعي - ك ب - ب ج - فتساوى قاعدتا - ك د - د ج
اغنى - ا ب - و لتساوى ساقى - د ك - د ا - يكون - ه - منتصف
ا ك - ويكون - ك ب - زيادة فيه ف ضرب - ا ب - فى - ب ك
مع مربع - ه ك - مساو لمربع - ه ب - فليكن مربع - د ه - مشتركا
حتى يكون ضرب - ا ب - فى - ك ب - اغنى - ب ج - مع مربع
د ك - اغنى - د ج - مساويا لمربع - ب د - المساوى لمربعى - ب ه

ش - ٣٤

• د ه



وهاتان الخاصيتان تشبكان حتى تصحح احدهما الاخرى

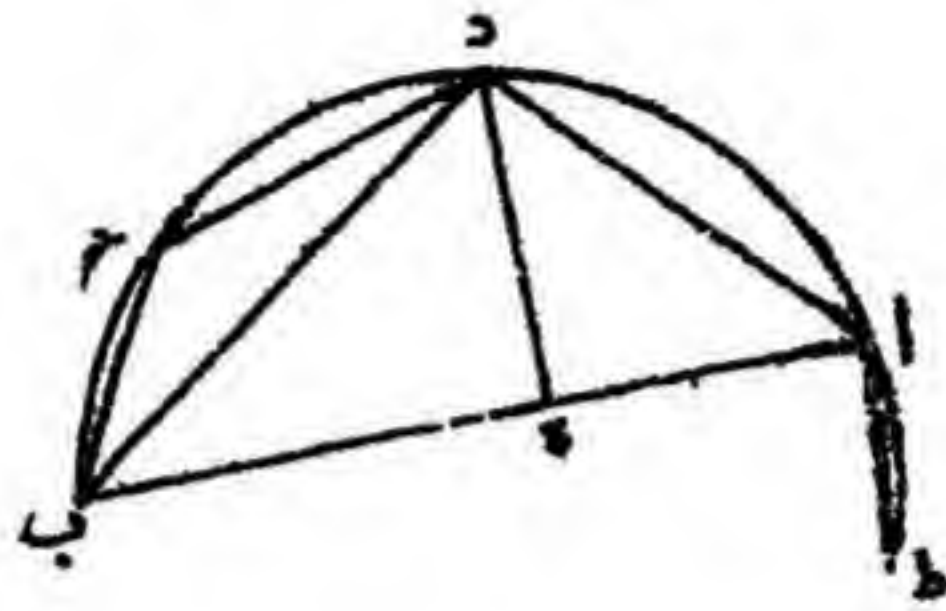
وتصح بنفسها منفردة •

والتقدمة وهى الدعوى الثانية فلنخرج - د ب - على

استقامته حتى يلتقى -- ا ج -- على -- ط -- فلان ضرب -- ط ا -- في
 ط ج -- مساو لضرب -- د ط -- في -- ط ب -- تكون نسبة -- ا ط -- الى
 ط ب -- كنسبة -- د ط -- الى -- ط ج -- فمثلا -- ا ب ط -- د ج ط
 متشابهان فزاويتا -- ا ب ط -- د ج ط -- متساويتان ولمعادلة زاويتي
 د ا ج -- ب د ج -- القائمتين كمعادلة زاويتي -- ب د ج -- ج د ه
 اياها تساوى زاوية -- ج ب ط -- زاوية -- د ا ط -- المساوية لزاوية
 د ب ا -- فزاوية -- د ب ا -- مساوية لزاوية -- ا ب ط -- اعنى -- د ج ط
 ويتشابه مثلثا -- د ج ط -- د ب ج -- وتكون نسبة -- ج د -- الى
 د ط -- كنسبة -- ب د -- الى -- د ج -- فربع -- د ج -- اذن مساو
 لمضروب -- د ب -- في -- د ط -- وضرب -- د ب -- في -- د ط -- هو
 كضرب -- د ب -- في -- ب ط -- مع مربع -- د ب -- ولان كل
 واحدة من زاويتي -- ا د ب -- ب ج د -- مع زاوية -- ب ج ا -- قائمة
 فانهما لذلك متساويتان ومثلثا -- ا د ب -- ب ج ط -- متشابهان
 ونسبة -- ا ب -- الى -- ب د -- كنسبة -- ط ب -- الى -- ب ج --
 فضرب -- ا ب -- في -- ب ج -- مساو لضرب -- ط ب -- في -- ب د
 فاذا جعل مربع -- د ب -- مشتركا كان ضرب -- ا ب -- في -- ب ج
 مع مربع -- د ب -- مساويا لضرب -- ط ب -- في -- ب د -- مع
 مربع -- د ب -- وقد تقدم ان ذلك مساو لمربع -- د ج -- فضرب
 ا ب -- في -- ب ج -- مع مربع -- ب د -- مساو لمربع -- د ج -- اعنى

مربع - ا د •

ش - ٣٥



وقد صحت الدعوى الثانية، فإن اريد تصحيح الثالثة
 منها فصل قوس - اح - مساوية لقوس - ج ب - ووصل - ج ح
 فمعلوم ان - د - يكون منتصف قوس - ح ب - وتكون قوس
 ب ج - زيادة فيها فلما تقدم من خاصية الثانية يكون ضرب وتر
 ح ج - اعنى - اب - فى وتر - ج ب - مع مربع وتر - ب د
 مساويا لمربع - ج د - وقد صحت الدعوى الثالثة من الثانية •

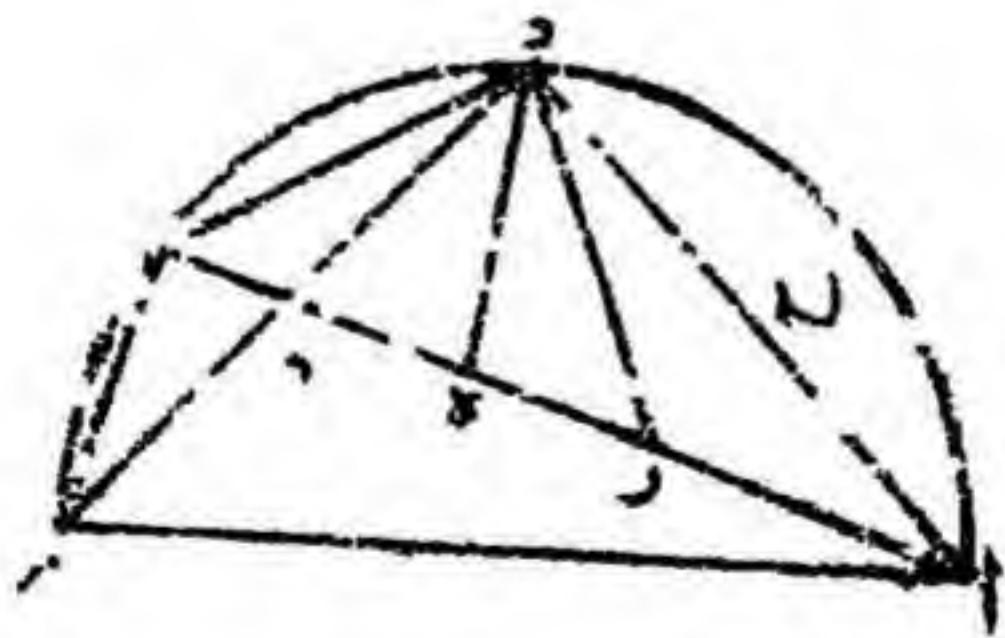
ثم ان قدمت الثالثة واريد تصحيح الثانية منها فصل قوس
 د ح - مساوية لقوس - د ب - فانقسمت قوس - ح ب - على - د
 بنصفين وقوس - ب ج - زيادة فيها ف ضرب - ح ج - المساوى
 لاب - فى - ج ب - مع مربع - ب د - مساو لمربع - ج د - اعنى
 ا د - وذلك ما اردناه •

واذا

واذا كانت الدعوى الثانية منفردة وخاصيتها متقدمة فبطريق
مشابه للطرق المتقدمة يسهل تصحيح الثالثة منها وتعليق قضيتها
بقضيتها بغير ما ذكر ابو الحسن بن بامشاذ وغيره هكذا .

لنرد على قوس - ا د ج - قوس - ا ط - مساوية لقوس
ب ج - ونصل - ا ط - فيصير جميع قوس - ط د ب - منقسمة
بنصفين على - د - وبقسمين مختلفين على - ا - ويكون ضرب - ب ا
في - ا ط - اعنى - ب ج - مع مربع - ا د - اعنى - د ج - مساويا
لمربع - د ب - وعموده - د ه - يقسم خط - ب ا ط - المنحنى
على - ه - بنصفين فيكون - ب ه - مساويا - لا ه - ا ط - وخط
ب ا ط - مساو لخط - ا ب ج - فخط - ه ب - مساو لمجموع - ا
ه - ب ج .

ش - ٣٦



دعوى رابعة على الخط المنحنى

وتوجد لهذا الشكل خاصية اخرى نافعة، هي ان فصل ما بين

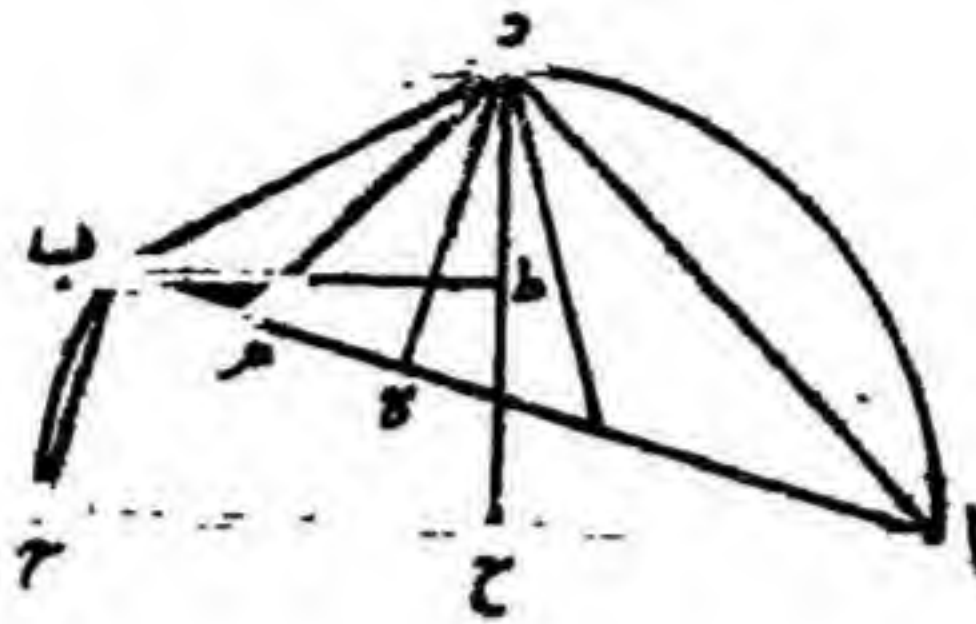
مثلث - ا ج د - المتساوي الساقين ومثال - ا ب ج - المختلفهما (١)
مساوي لضروب - د ه - في - ه ب *

ونبرهن هذه الدعوى بان نسقط مثلث - ا ط ج - المشترك
ثم نقرز - ه ز - مساويا - له ط - ونصل - د ز - وقد تبين فيما
تقدم من تساوي مثلثي - د ز ا - د ز (٢) - تساوي زاويتي - د ز ا
د ب ج - فنصل من زاوية - د ز ا - زاوية - ا ز ح - مساوية
لزاوية - ج ب ط - فيتساوي مثلثا - ا ز ح - ب ط ج - ويسقطهما
قصاصا فيبقى مثلث - د ز ح - مساويا لمثلث - د ط ب - ونجعل
مثلث - د ه ط - مشترك كما فيكون مثلثا - د ز ح - د ه ط - مساويان
لمثلث - د ه ب - فنحرف - د ط ز ح - اذن وهو فضل مثلث
ا د ب - مساو لمثلث - د ز ب - وذلك ضرب عمود - د ه - في
ه ب - نصف القاعدة *

وايضا فان مثلثي - ا ز د - د ب ح - اذا كانا متساويين
كان فضل مثلث - ا ز د - على مثلث - ب ط ح - هو مثلث
د ب ط - ففضل - مثلث - ا د ط - على - ب ط ج - هو مثلث
د ز ب - المساوي لضرب - د ه - في - ه ب - لكن فضل مثلث
ا د ط - على مثلث - ب ط ج - هو فضل مثلث - ا د ج - على
مثلث (٣) لان مثلث - ا ط ج - مشترك *

(١) كذا (٢) هنا غرم في الاصل (٣) هنا ياض في الاصل . .

ش - ٣٧



ابو نصر الجعدی

فصل - ا ح - مساویا - ل ط ج - و وصل - ح ز - فتساوی
 مثلثا - ا ح ز - ج ط ب - و تقی مثلثا - د ز ح - ا ط ب - متساویان
 فثلثات - ب ط ج - ب ط د - د ط ز - مساویة لثلث - ا د ط
 وجعل مثلث - ا ط ج - مشترکا فکانت مثلثا - ا ه ط - ا ط ج
 مساویین لثلثات - ا ط ج - ب ط ج - ب ط د - د ط ز - ففصل
 ما بین مثلثی - ا د ج - ا ب ج هو مثلثا - ب ط د - د ط ز - و مجموعهما
 یساوی ضرب - د ه فی - ه ب - .

ابو عبد الله الشنی

وصل - ا ج - واخر ج علیه عمود - د ح - وعمود - ب ط
 علی - د ح - فتشابهت مثلثات - ا ک ح - ک ب ط - د ک ه - ونسبة
 ا ح - الی - ه د - کنسبة - ب ه - الی - ط د - ف ضرب - ا ح - فی
 د ط - مساوا لضرب - ه د - فی - ب ه - وضرب - ا ح - فی - د

متساوى الساقين والآخر مختلفهما فان احاطة الاول اعظم من احاطة
 الآخر من اجل ان - اد - اعظم من - اه - فد ج - ايضا اعظم من
 مجموع - ه ب - ب ج - ونجعل - ا ج - مشتركاً فمجموع - اد
 د ج - ا ج - اعظم من مجموع - اه - ه ب - ب ج - ا ج - فاضلاع
 مثلث - اد ج - بمجموعه اعظم من اضلاع مثلث - اب ج - بمجموعه
 وذلك ما اردنا ان نبين .

وهذه الخواص التى قدمناها معدودة من الاصول الهندسية
 ولذلك رجعت اليها فى مطلوبات كثيرة خرجت بها ، وانا اذ كر عدة
 من ذلك ومتى اتفق لغيرى منها شئ نسبته اليه وسميته باذن الله
 تعالى وعونه .

أخراج خطين من نقطتين مفروضتين يحيطان

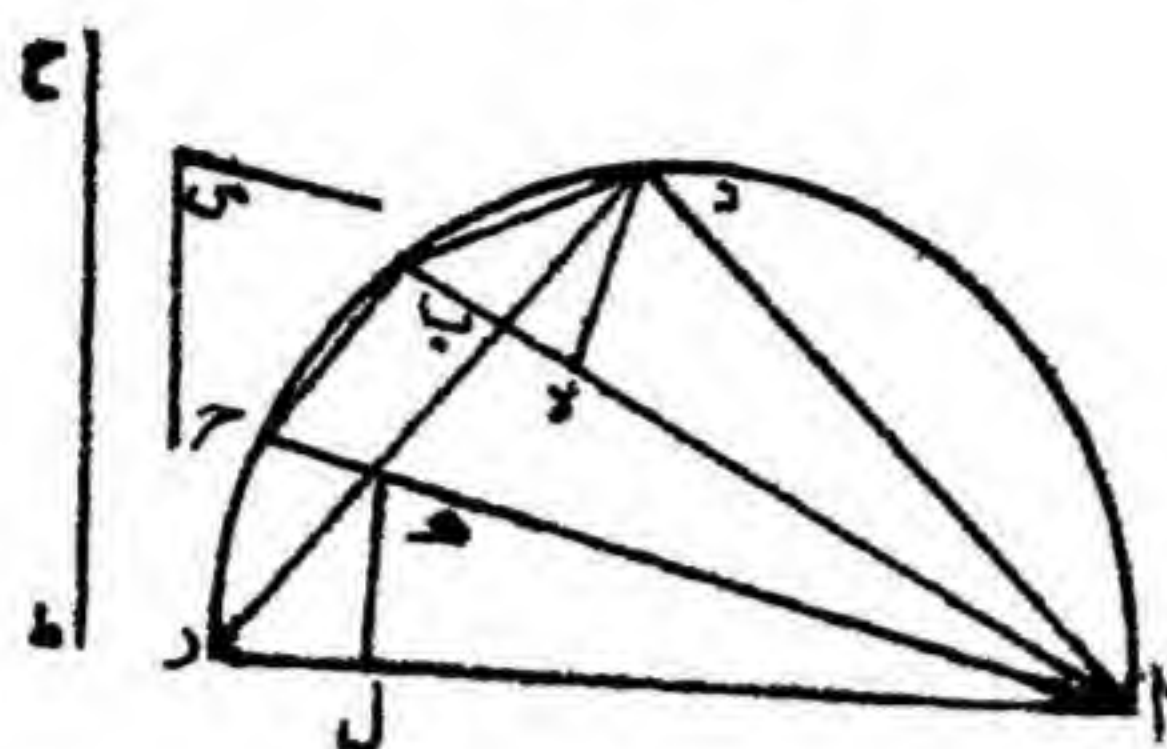
بزاوية مفروضة يساوى مجموعهما خطاً مفروضاً

ان مانالاوس رام فى الشكل الثانى من المتالة الثالثة من كتابه فى
 الاصول الهندسية ان يبين كيف يعطف فى نصف دائرة مفروضة
 خطاً منعطفاً مساوياً لخط مفروض فسلك اليه مسلكاً طويلاً جداً ثم
 عمله ثابت بنقرة حين فسر ذلك الكتاب يعمل فى طول عمل
 مانالاوس فاما بعد تقديم ما تندم من خاصية الخط المنحنى فى تقدير
 كل قوس فقد تسهل عمل ما رامه مانالاوس ويكون عاماً فى جميع
 قسى الدائرة المفروضة دون نصفها فقط .

استخراج الأوتار

وان ابا الجود افرد لهذا المعنى مقالة واستخرجه بطريق تجاوز كل طوالة وصعوبة فلما وقف عليها ابو سعيد السجزي استخرجه بطريق هو في نهاية السهولة ولن تقصر عنه فيها هذا الذي نورده باحدى الخواص المتقدمة.

فنقول نريد ان نخرج من تقطى -- ا ج -- المعلومتين خطين مستقيمين يجتمعان عند نقطة ويحيطان بزواية مساوية لزواية -- س -- المغطاة ويكون مجموعهما مساويا لخط -- ح ط -- المفروض فنصل ا ج -- ونعمل عليه قطعة قوس تقبل زاوية كزاوية -- س -- وهي قطعة -- ا د ج -- واتكن نقطة -- د -- منتصفها ونصل -- ا د -- وينبغى ان يكون خط -- ح ط -- المفروض اعظم من -- ا ج -- وليس باعظم من ضعف -- ا د -- حتى يمكن فيه حصول المطلوب ثم ندير على -- ا د -- نصف دائرة -- ا ب ج د -- ونوقع فيه وتر -- ا ه -- مساويا لنصف خط -- ح ط -- ثم نخرجه على استقامته الى -- ب -- ونصل -- ب ج -- فاقول انا عملنا ما اردنا برهانه انا نصل -- د ه -- فيكون عمودا على -- ا ه -- وهو نازل من منتصف القطعة يكون -- ا ه -- مساويا لمجموع -- ه ب -- ب ج -- لكن -- ا ه -- فرض مساويا لنصف -- ح ط -- فمجموع -- ه ب -- ب ج -- مساو لنصفه الآخر فجميع خطى ا ب -- ب ج -- مساو لخط -- ح ط -- كله وزاوية -- ا ب ج -- مساوية لزاوية -- س -- لانها في قطعة قابلة زاوية مساوية لها وذلك ما



اخراج خطين من نقطتين مفروضتين يحيطان بزاوية مفروضة

ويكون فضل احدهما على الآخر مساويا لخط مفروض

ونريد ان نخرجهما كذلك فنعمل ما ذكر حتى تتركب

القطعة على خط - ا ج - ونتممها الى - د - نصف - دائرة ونصل

ا د - د ز - ا ز - ونفصل - ز ك - مساويا لنصف - خط - ح ط

وننزل عمود - ك ل - على - ا ز - ثم نوقع وتر - د ب - مساويا

ل ز - ونصل - ا ب - ب ج - •

فاقول ان فصل - ا ب - على - ب ج - يساوي خط - ح ط •

برهانه انا ننزل عمود - د ه - على - ا ب - فلتساوي زاويتي

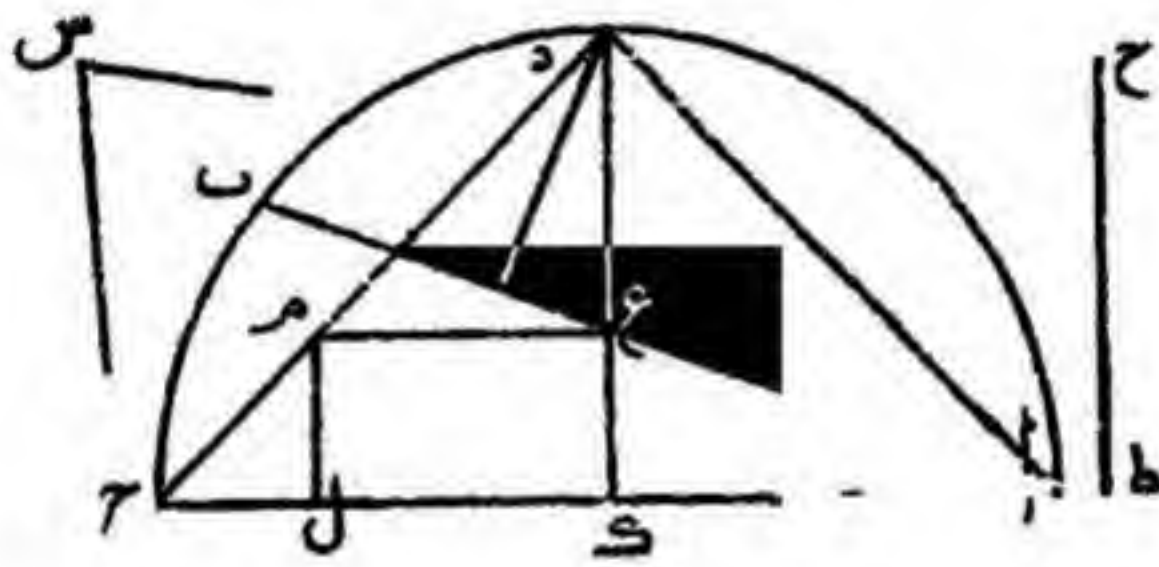
د ب ه - د ز ا - الكائنتين على قوس - ا د - وقيام زاويتي - د ه ب

ك ل و - يتشابه مثلثا - د ه ب - ك ل ز - لكننا فرضنا - د ب

مساويا - ل ز - فالمثلثان مع تشابههما متساويان - فك ز - مساو

لة -- و -- ك ز -- فرض مساويا لنصف -- ح ط •

ومعلوم مما تقدم ان -- ه ب -- نصف فضيل -- اب -- على
ب ج -- فضعفه هو كل الفضل واذا كان نصف الفضل مساويا
لنصف -- ح ط -- فكله مساو لكل -- ح ط -- ونحتاج ها هنا
الى شريطة هي كون -- ل ز -- ايس باعظم من -- اد -- والا لم يوجد
المطلوب • ش -- ۴۰



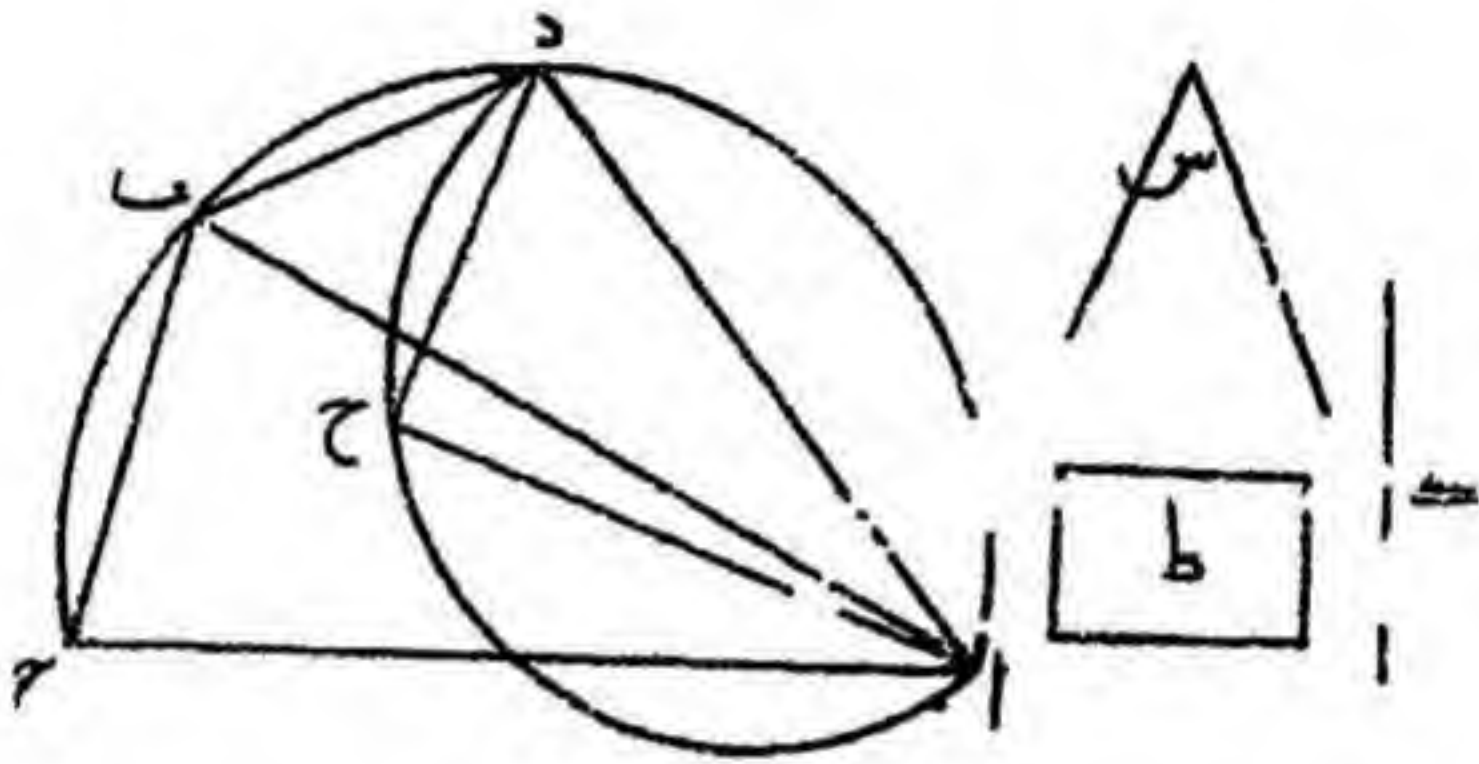
طريق آخر

وان شئنا انزلنا من -- د -- منتصف -- اد ج -- عمود -- د ك
على -- ا ج -- وافرزنا -- ك ل -- مساويا لنصف -- ح ط -- واخرجنا
ل م -- موازيا -- لد ك -- و -- م ع -- مساويا -- لك ج -- وجعلنا وتر
د ب -- مساويا -- ل د م -- ووصلنا -- اب -- ب ج -- فيكونان ما
اردنا •

برهانه ان ننزل عمود -- د ه -- على -- اب -- فيتشابه مثلثا
د ب ه -- د ج ك -- ويشابهها مثلث -- د م ع -- لتوازي -- ع م -- ك ج --
لكن

لكن - د م - مساو - لد ب - فم ع - مساو - لب ه - و - م ع
 مساو - لك ل - فب ه - مساو - لك ل - الذى هو مساو لنصف
 ح ط - و - ه ب - نصف فضل - اب - على - ب ج - فضعه
 هو كل الفضل وهو مساو - لح ط - .

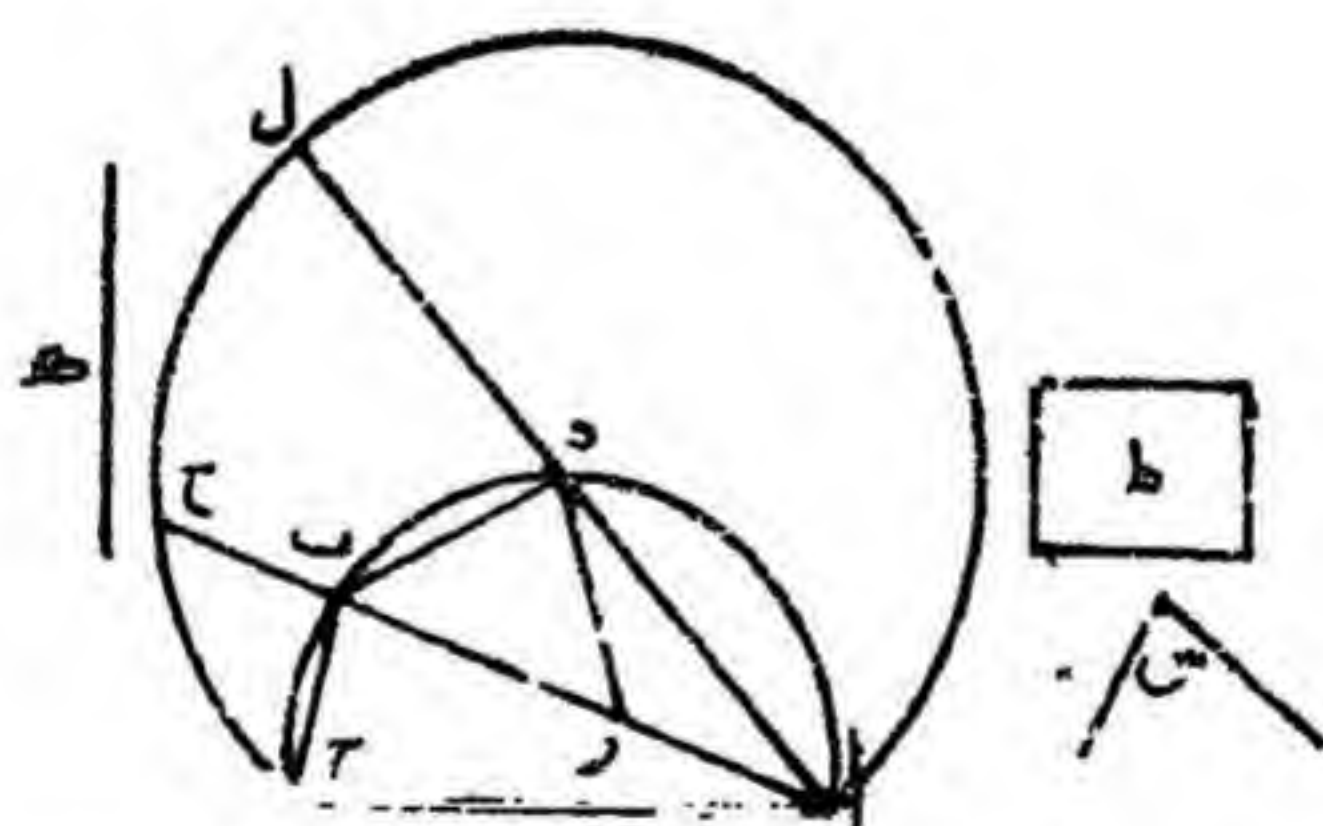
ش - ٤١



اخراج خطين من نقطتين مفروضتين تحيطان بزاوية مغطاة
 ويكون ضرب احدهما فى الآخر مساويا لسطح مفروض
 ونريد ان نخرجهما محيطين بمثل زاوية - س - ويساوى
 ضرب احدهما فى الآخر مساويا لسطح - ط - فليكن القوى - ي
 على سطح - ط - خط - ك - ونركب على - ا ج - القطعة
 القابلة لمثل زاوية - س - ونصل - ا - مع - د - المنتصف وندير
 عليه نصف دائرة - اح د - ونوقع فيه وتر - اح - مساويا لخط
 ك - ونصل - د ح - ثم نجعل وتر - دب - مساويا لوتر - د ح
 ونصل - اب - ب ج - فيكون ما اردنا .

برهانه ان مربع - اد - كما تقدم يساوي مربع - دب
 وضرب - اب - في - ب - ج - فربيع - اد - منقوصا منه مربع
 دب - يساوي ضرب - اب - في - ب - ج - لكن مربع - اد
 منقوصا منه مربع - دب - هو مساو لمربع - اح - لانا فرضنا
 دب - مساويا - لدح - فربيع - اح - اذن يساوي ضرب
 اب - في - ب - ج - ولكن مربع - اح - اعني مربع - ك
 قد جعل مساويا لسطح - ط - ف ضرب - اب - في - ب - ج
 يساوي سطح - ط •

ش - ٤٢



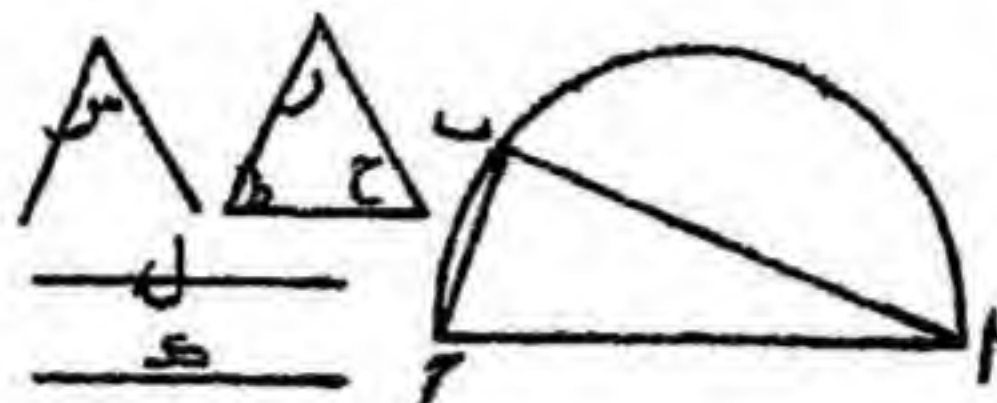
طريق آخر

نصل - اج - ونركب عليه القطعة القابلة لمثل زاوية - س
 ونجعل خط - ك - قويا على سطح - ط - ونخرج وتر - اد - الى
 نصف قوس - ادب - ونتأمله فان اتفق ان يكون - ك - اقصر

من

من - اد - كان المطلوب ممكنا فليكن كذلك ونخرج وتر - دب
 قويا على فضل مربع - ك - وفضل - اب - ب ج - فيكون المراد •
 برهانه انا نجعل نقطة - د - مركزا وندير عليه - ه - يبعد - دا
 قطعة دائرة عليها - ال ح ج - ونخرج - اد - دب - على استقامته
 الى محيط القطعة ونصل - ب ج - فين انه يكون مساويا - لد ا
 ونخرج - د ز - مساويا - لد ب - و - اد - مساويا - لب ج
 وزاوية - از ه د - منفرجة فمربع - اد - مساو للمربع - از ز
 د - وضرب - از - في - ز ب - مرة واحدة و - د ز - مساو
 لد ب - ومربع - از - مع ضرب - از - في - ز ب - مساو
 لضرب - ب ا - في - از - اعني ضرب - اب - في - ب ح - فمربع
 اد - اذن مساو لمربع - دب - وضرب - اب - في - ب ح - وقد
 جعلنا فضل مربع - اد - على مربع - ك - مساويا لمربع - دب
 فضرب - اب - في - ب ح - اذن مساو لمربع - ك - اعني سطح
 المفروض ثم نصل خطوط - ج ح - ج ل - ج د - فزاوية - اد ج
 مساوية لزاوية - اب ج - فزاويتا - لد ح - ح ب ج
 متساويتان وزاويتا - ال ج - ا ح ج - ايضا متساويتان فثلثا
 ل د ج - ح ل ج - متشابهان ومثلث - لد د ج - متساوي الساقين
 فثلث - ح ل ج - مثله - فح ب - مساو - لب ج - فضرب
 اب - في - ب ج - مساو لسطح - ط - المفروض •

ش - ٤٣



اخراج خطين من نقطتين مفروضتين تحيطان بزاوية
مغطاة وتكون نسبة احدهما الى الآخر كنسبة مغطاة

فان اردنا ان تكون نسبة احدهما الى الآخر كنسبة مفروضة
ولتكن كنسبة - ل - الى - ك - جعلنا خطي - ط ز - ز ح
يحيطان بزاوية كزاوية - س - وجعلنا - ز ط - مساويا - لك
و - ز ح - مساويا - ل - ووصلنا - ح ط - وركبنا على
اج - قطعة قابلة لزاوية - س - وجعلنا زاوية - ج اب - مساوية
لزاوية - ز ح ط - ووصلنا - ب ج - فيكون ما اردنا .

برهانه ان زاوية - ط ز ح - مساوية لزاوية - اب ج
وزاوية - ط ح ز - مساوية لزاوية - ج اب - فمثلا - اب ج
ز ط ح - متشابهان ونسبة - اب - الى - ب ج - كنسبة - ج ز
الى - ز ط - لكن نسبة - ح ز - الى - ز ط - قد جعلناها كنسبة
ل - الى - ك - فنسبة - اب - الى - ب ج - كنسبة - ل - الى - ك .

ولم يتصل هذا الاخير بما نحن فيه من الخواص المتقدمة لكنه لما اتصل بالفن تبعه لينسلق به الى ما يتممه اذ لم يكن الغرض في ذكر ما تقدم استيفاء ما تؤدي اليه القسمة فيه وتنويع جنسه ولكنى حكيت ما اتفق فيه جواب مستنبط من الخواص المذكورة.

ش — ٤٤



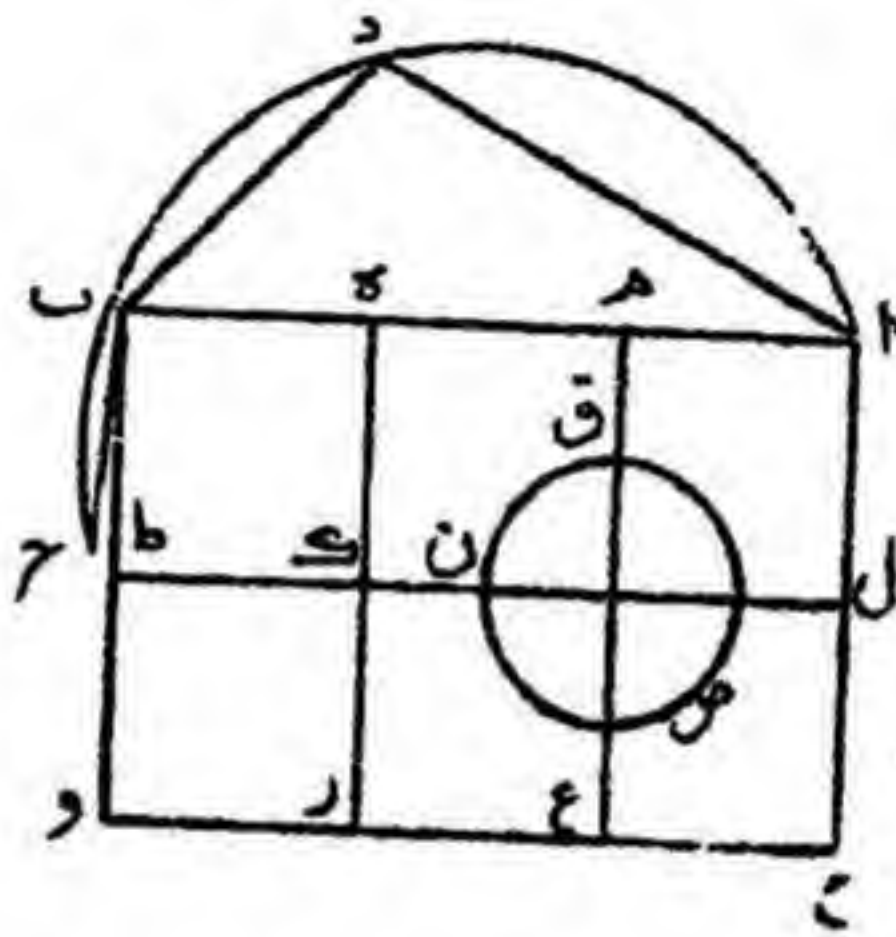
عمل مثلث في دائرة مفروضة يساوي

مجموع اضلاعه خطا مفروضا

فليكن الخط المفروض — ح ط — وينبغي ان يكون ليس باعظم من مجموع اضلاع المثلث المتساوي الاضلاع الواقع في تلك الدائرة فتعلم على خط — ح ط — نقطة كيف اتفقت ونوقع في الدائرة وتر — ا ج — مساويا — لح ك — وننصف قوس — ا ج — على — د — ونصل — ا د — وندير عليه نصف دائرة — ا هـ د — ونوقع فيه وتر — ا د — مساويا لنصف — ك ط — ونخرج — ا هـ — على

استقامته الى ب - ونصل - ب ج - فثلث - اب ج - يساوى
مجموع اضلاعه خط - ح ط - لأن - ا ج - يساوى - ح ك
و - اه - وهو نصف خط - اب ج - المنحنى يساوى نصف خط
ك ط - فكله يساوى كله فثلث - اب ج - هو المطلوب •

ش - ٤٥



برهان عمل ارشميدس فى استخراج

اعمدة المثلثات المعلومة الاضلاع

قال ارشميدس نلقى مربع احد الضلعين من مربع الآخر
ونقسم مابقى على القاعدة فماخرج فهو الذى ان زدناه على القاعدة
وأخذنا نصف المجتمع كان اطول قسمى القاعدة بالعمود اعنى مسقط
الحجر وان نقصناه منها وأخذنا نصف الباقي كان قسمها الاقصر اليه
فليكن المثلث - ا د ب - وعموده - د ه - وندير عليه
دائرة ونفرز - د ج - منها مساويا - لد ا - ونصل - ب ج
ونعمل على - اه - مربع - از - وعلى - ب ه - مربع - ه ط -
ونجعل

ونجعل - ه م - مساويا - له ب - ونخرج - م ع - موازيا - له
 ز - و - ط ك ل - موازيا - لاب - ونتمم سطح - اف - فلأن - د
 ب - يقوى على - ده - ه ب - و - دا - يقوى على - ده - ه ا
 يكون مربع - ده - مشتركاً في القوتين معا فاذا القينا مربع - ب
 د - من مربع - دا - كنا كأنا القينا مربع - ب ه - من مربع
 ه ا - ولا خفاء فان ذلك الباقي يكون العلم الذي عليه - ف ص ن
 لمساواة خطوط - ط ك - ك س - س م - وخطوط - ط ف - ك
 ز - م ا - يتساوى سطوح - ط ز - ك ع - م ل - فاذن سطح
 ط ح - مساو لعلم - ف ص ن - لكن - ط ف - اعنى - ام
 يساوى - ب ج - لأن خطى - ام - م ه - يساويان خطى - ه ب
 ب ج - فاذن سطح - ط ح - هو ضرب - اب - فى - ب ج
 فاذا قسمناه على القاعدة خرج - ب ج - فان زدناه عليها اجتمع
 خط - اب ج - المنحنى ونصف - اه - القسم الاطول وان نقصناه
 منها بقى - م ب - ونصفه - ب ه - وهو القسم الاقصر من القاعدة
 الى مسقط الحجر • ش - ٤٦

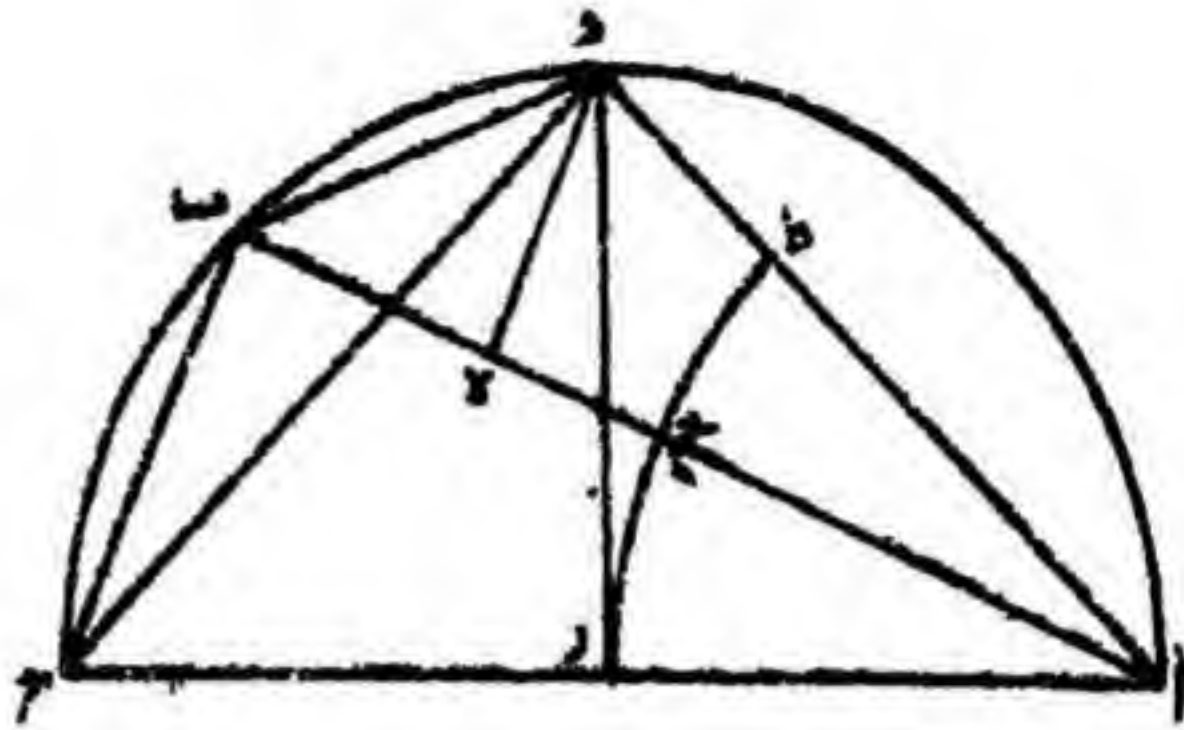
استخراج الاوتار

وان شئنا اوجزنا هذا التطويل بفصلنا - ه ز - مساويا - له
 ب - فلأن مربع - اد - يساوي مربع - ب د - مع ضرب - اب
 في - ب ج - تكون اذا نقصنا مربع - ب د - من مربع - اد
 يبقى ضرب - اب - في - ب ج •

فاذا قسمناه على القاعدة خرج - ب ج - واذا زدناه
 على - اب - اجتمع خط - اب ح - المنحنى ونصفه - اه •

واذا نقصناه من - اب - بقي - ز ب - ونصف - ه ب
 ونخرج - اد - على استقامته الى - ح - يكون - د ح - مساويا
 لد ب ونفصل - د ط - مثله - فاط - از - زيادتان في خطي - ط
 ح - ز ب - المستقيمين على - ده - بنصفين ف ضرب - ح ا - في
 ا ط - مع مربع - ط د - مساو لمربع - اد - وضرب - ب ا - في
 از - مع مربع - ز ه - ه د - مساو لمربع - اد - ومربعي - د ز
 د ط - متساويان فنلقيهما حتى يبقى ضرب - ح ا - في - ا ط
 مساويا لضرب - اب - في - از - اعني - ب ج - ف ضرب
 ح ا - في - ا ط - هو ضرب مجموع ضلعي - اد - د ب - في
 فضل ما بينهما فاذن هو مساو لفضل ما بين مربعي ضلعي - اد -
 د ب •

ش - ٤٧



برهان عمل ارشمیدس
فی مساحة المثلثات بالتفاضل

- قال ارشمیدس يضرب نصف مجموع اضلاع المثلث الثلاثة
فی فضله علی احدها وما اجتمع فی فضله علی الثانی وما بلغ فی فضله
علی الثالث ویؤخذ جذر المجتمع فیکون تکسیر المثلث •
- برهانہ ان المثلث - اب ج - وندير علیه دائرة ونخرج
من منتصف قوس - اب ج - وهو - د - عمود - ده - علی - اب
وندير علی مرکز - ا - ویبعد - از - قوس - زح ط - فلأن - اد
یتقوی علی - دز - زا - یکون مربع - دط - وضرب - دط
فی - ط ا - ومربع - ط ا - مساویا لمربعی - دز - زا - المساوی
لط ا - فاذا القینا مربعی - اط - از - المتساویین بقی مربع - دط
وضرب - دط - فی - ط ا - مرتین مساویا لمربع - دز - وكذلك
اد - یتقوی علی - ده - ا - فربعا - دط - ط ا - وضرب - دط

في - ط ا - مرتين مساويا لمربع - ده - ومربعي - ه ح - ح ا
 وضرب - ه ح - في - ح ا - لكن - ح ا - مساو - لا ط - فاذا
 اسقطنا مربعيهما المتساويين بقي مربع - د ط - وضرب - د ط - في
 ط ا - مرتين مساويا لمربعي - ده - ه ح - وضرب - ه ح - في
 ح ا - مرتين وذلك ايضا مساو لمربع - د ز - ومثلث - د ز ا
 مثبته بمثلث - ده ب - لأن زاوية - د ج ز - المساوية لزاوية
 د ا ز - مساوية لزاوية - د ب ه - الكائنة معها على قوس واحدة
 فنسبة - ده - الى - ه ب - كنسبة - د ز - الى - ز ا - ونسبة
 د ز - الى - ز ا - كنسبة مربع - د ز - الى ضرب - د ز - في
 ز ا - وكنسبة ضرب - د ز - في - ز ا - الى مربع - ز ا - وكذلك ايضا
 نسبة مربع - ده - الى ضرب - ده - في - ه ب - كنسبة ضرب - ده -
 في - ه ب - الى مربع - ه ب - واذا اتى من مقادير متناسبة مقادير
 متناسبة على نسبها كانت نسب البواقي على حالها فنلقى مربع - ده - من
 مربع - د ز - ويكون ما يبقى مساويا لمربع - ه ح - مع ضرب - ه ح
 في - ح ا - مرتين اعني ضرب - ه ح - في مجموع - ه ح - ح ا
 مرة ونلقى ضرب - ده - في - ه ب - من ضرب - د ز - في - ز ا
 فيبقى تكسير مثلث - ا ب ج - لما تبين من مساواة مثلث - ا د ج
 مجموع مثلثي - ا ب ج - ب د م - وليكن - ز ك - مساويا - له ب
 ونلقى مربع - ز ك - اعني - ه ب - من مربع - ز ا - فيكون الباقي

مساويا لضرب -- ج ك -- في -- ك ا -- وهذه البقايا متناسبة اعني
ان نسبة ضرب -- ه ح -- في مجموع -- ه ا -- از -- الى تكسير مثلث
ا ب ج -- الى ضرب -- ج ك -- في -- ك ا -- و -- ا ه -- نصف ضلعي -- ا
ب -- ب ج -- و -- از -- نصف ضلع -- ا ج -- فمجموع -- ه ا -- از
هو نصف جماعة اضلاع المثلث -- فه ح -- اذن فضل -- ه ا -- از --
نصف جماعة الاضلاع على مجموع -- ح ا -- از -- اعني -- ا ج
وهو احد الفصول والمساواة -- زك -- ه ب -- يكون مجموع -- ا ه
زك -- مساويا للضلع -- ا ب -- فاك -- اذن فضل مجموع -- ه ا -- ا
ز -- على -- ه ا -- زك -- اعني -- ا ب -- وهو الفضل الثاني ولأن -- ه ب
ب ج -- مساو -- لاه -- فان -- ه ب -- ب ج -- از -- مساو لنصف
جماعة الاضلاع ففضله على -- ب ج -- هو -- ه ب -- از -- لكن
ك ز -- مساو -- له ب -- و -- ز ج -- مساو -- لاز -- فك ج -- هو فضل
نصف جماعة الاضلاع على -- ب ج -- وهو الفضل الثالث ومتى
ضربنا سطح -- ه ح -- في -- ه ا -- از -- احدي الحاشيتين في سطح
ج ك -- في -- ك ا -- الحاشية الاخرى اجتمع مربع الوسط اعني
تكسير المثلث ومساو ضربنا -- ه ح -- الفضل الاول في -- ه ا
از -- نصف جماعة الاضلاع وضربنا -- اك -- الفضل الثاني في
ج ك -- الفضل الثالث ثم ضربنا احد المجتمعين في الآخر، وضربنا
ه ا -- از -- نصف جماعة الاضلاع في -- ك ا -- وما اجتمع في -- ه ح

اصغر من -- ا ح -- نصف -- مجموع ضلعي -- ا ج -- ط ج -- فاح
اعظم كثيرا من -- ه ب -- وبمثل هذا يتبين ان -- ا ه -- اعظم من
ح ط -- فنفصل -- ه ل -- مساويا -- ل ح ط -- و -- ح م -- مساويا
له ب -- ومعلوم ان فضل سطح -- ا د ج ك -- على -- سطح -- ا ب
ج ط -- مساويا لضرب -- د ه -- في -- ه ب -- مع ضرب -- ك ج
في -- ح ط -- ومثلث -- د ا ك -- يشابه كل واحد من مثلثي -- د ه
ب -- ك ح ط -- فنسبة -- د ا -- الى -- ا ك -- كنسبة -- د ه -- الى
ه ب -- وكنسبة -- ط ح -- الى -- ح ك -- ونسبة -- د ا -- الى -- ا
ك -- كنسبة مربع -- د ا -- الى ضرب -- د ا -- في -- ا ك -- وضرب
د ا -- في -- ا ك -- يساوي ضعف مثلث -- د ا ك -- وذلك سطح -- ا
د ج ك -- فهو اذن وسط في النسبة بين ضرب -- ا د -- في -- د ج
وبين ضرب -- ا ك -- في -- ك ج -- ومجموع المقادير المتناسبة مقادير
اخر متناسبة على نسبها او فصول ما بينها كل واحد مع نظيره كذلك
متناسبة *

فنسبة مجموع مربعي -- د ه -- ط ح -- الى مجموع ضرب -- د
ه -- في -- ه ب -- وضرب -- ط ح -- في -- ك ح -- كنسبة مجموع
هذين السطحين الى مجموع مربعي -- ه ب -- ك ح -- فان اسقط
مجموع مربعي -- د ه -- ط ج -- اعني -- ه ل -- من مربع -- ا د
ومجموع ضرب -- د ه -- في -- ه ب -- وضرب -- ط ح -- في -- ك

ح - من سطح - ا د ج ك - ومجموع مربعي - ه ب - ك ح
من مربع - ا ك - كانت البواقي متناسبة •

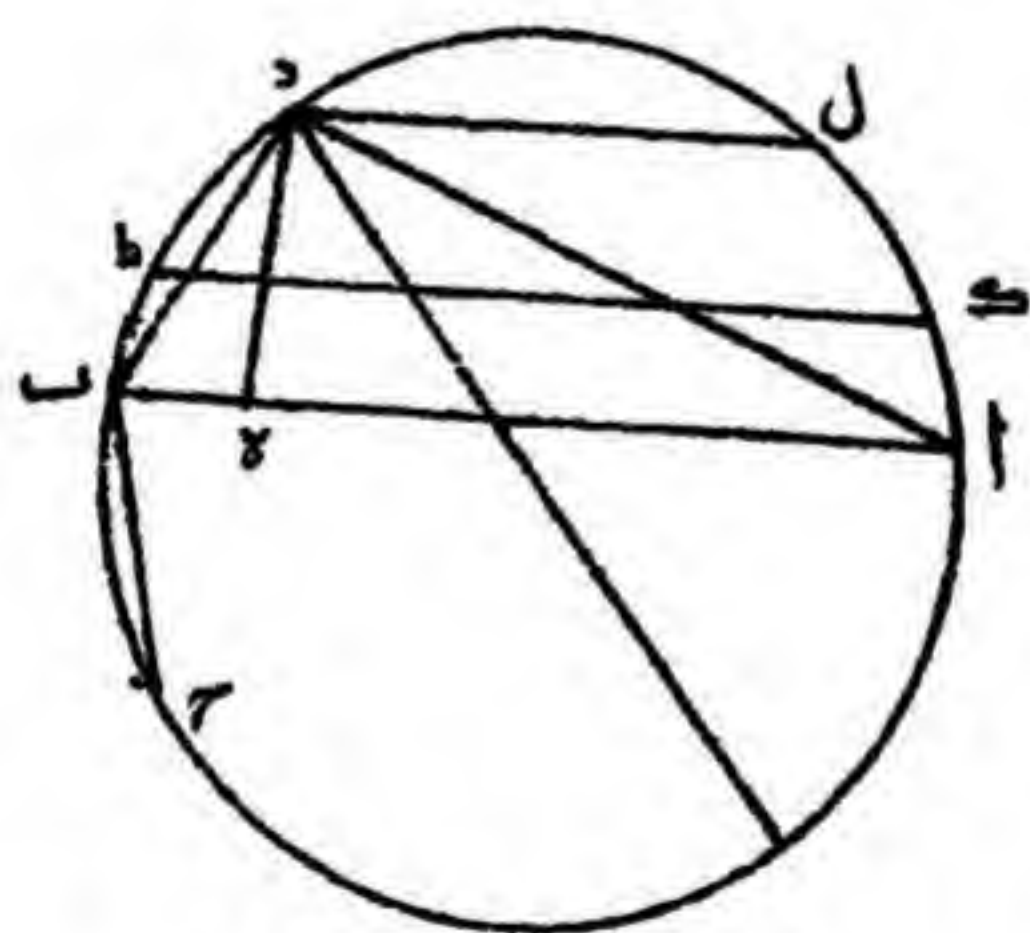
فاما البقية الاولى فيكون ضرب - ا ل - في مجموع
ل ب - ل ج - لأنه اذا اسقط من مربع - ا د - مربع - د ه
بقي مربع - ا ه - فالتى منه مربع - ح ط - المساوى - ل ه ل
بقي مربع - ا ل - وضعف ضرب - ا ل - في ل ه - وذلك مساو
لضرب - ا ل - في مجموع - ا ه - ه ل - اعنى ضرب - ا ل - في
مجموع - ج ب - ب ه - المساوى - ل ا ه - الى - ل ه •

فاما البقية الثانية فيكون منحرف - ا ب ج ط - واما
الثالثة فيكون لمثل ما تقدم في الاولى ضرب - ا م - في مجموع - م
ط - ط ج - فمنحرف - ا ب ج ط - وسط في النسبة بين سطحى
ال - في - ل ب - ب ج - و - ا م - في - م ط - ط ج - ومعلوم
ان - ا ه - نصف مجموع - ا ط - ط ج - فمجموع - ه ا - ا ح
نصف جماعة اضلاع منحرف - ا ب ج ط - ولما واة - ه ب - ح م
يكون فضل مجموع - ه ا - ا ح - على ضلع - ا ب - اعنى - ا ه -
ح م - هو - ا م - الفضل الاول وعلى ضلع - ا ط - لمثل ذلك
الى الفضل الثانى •

وايضا فان مجموع خطوط - ه ب - ب ج - ج ط - ط
ح - هو ايضا نصف جماعة اضلاع المنحرف ففضله على ضلع

ب ج - هو مجموع - ج ط - ط ح - مع - ح م - المساوى - له
ب - وهو الفضل الثالث وفضله على ضلع - ج ط - لمثل ذلك هو
ل ب - ل ج - وهو الرابع ولكن ضرب - ا ب ج د - كما تقدم
وسط في النسبة بين ضرب - ل - الثاني في مجموع - ل ب - ب
ج - الرابع بين ضرب - ا م - الفضل الاول في مجموع - م ط -
ط ج - الثالث وسواء ضربنا احد هذين المضروبين في الآخر
او ضربنا الفضل الاول في الثاني وما اجتمع في الثالث وما اجتمع
في الرابع فان بكليهما يحصل مربع المتوسط اعني المنحرف فاذا
أخذنا جذره كان المطلوب •

ش — ۴۹



اقامة البرهان على عمل محمد بن الصباح

في رصد الميل الاعظم

لمحمد هذا رسالة في هذا المعنى بحساب مجرد عن البرهان وانا
اشير الى مغزاه وهو انه رصد سعة المشرق في فصل واحد من فصول

السنة ثلاث مرات على اطراف مدتين متساويتين واقتضى حسابه
انه فرض دائرة مخطوطة يبعد جيب سعة المشرق الكلى وكأنها
ا ب ج - فيها اوتار - ل د - ك ط - ا ب - متوازية معلومة وهى
اضعاف جيوب سعة مشارق الشمس الثلاث ومطالوبه قطر هذه
الدائرة فنصل بقضية حسابه - ا د - فتساوى وتر - ك ط - لأن
قوس - ل د - مع قوسى - ل ك - و ط - المتساويتين فرضا لتساوى
المدتين وذلك بالتقريب منه دون التحقيق مساوية لقوس - ل د
مع قوسى - ل ك - ا - المتساويتين ونجعل قوس - د ج
مساوية لقوس - د ا - ونصل - ب ج - فيكون مساويا - ل د
ولأن مربع - ا د - ونسميه المحفوظ الثانى مساو لمربع وتر - د ب
وضرب - ا ب - المحفوظ الثالث فى - ب ج - المحفوظ الاول
فد ب - الوتر معلوم ونخرج عمود - د ه - فيكون معلوما لأن
د ب - الوتر معلوم - و - ه ب - نصف - ا ب - ل د - ونخرج
قطر - د ح - ونصل - ا ح - فيتشابه مثلثا - د ه ب - د ا ح
وتكون نسبة - د ب - الوتر الى - د ه - العمود كنسبة - د ح
اقطر الى - د ه - المحفوظ الثانى وقطر - د ح - معلوم بحسب
موضوعه وهو جيب سعة المشرق الكلى ومنه يعلم الميل الاعظم لأن
نسبة جيب سعة المشرق الى جيب الميل فى المدار الواحد كنسبة
الجيب كله الى جيب تمام عرض البلد وهى نسبة واحدة ثابتة فى كل

لعل الفلك الخارج المركز -- ا ب ج -- ومركزه -- هـ
ومركز فلك البروج الذى هو موضع الابصار بالقوة -- ح -- والنقط
المرصودة من فلك البروج هى التى ينتهى اليها خطوط -- ح ا -- ح ب
ح ج -- فمن البين ان -- ا ح -- ح ج -- متصلان على استقامة و
ح ب -- قائم عليه على زوايا قائمة فلأن حركة الشمس الوسطى (١)
حاملة قبل هذا المطلب تكون قوسا -- ا ب -- ب ج -- وسط مسيرها
فيما بين اوقات طولها النقط المرسومة للرصد فهما اذن معلومتان
ونقرز قوس -- ب ج س -- مساوية لقوس -- ب -- ونصل -- ج س

معرفة ذلك من نقطتين

في فلك البروج بينهما نصف دائرة

وبعد الثالثة عنهما كيف اتفق

فليكن بين نقطتي - ا - ج - نصف دائرة حتى تكونا

متقاطعتين و - ح ب - غير قائم على خط - ا ح ج - فقي مثلث

ا ب ح - زاوية - ب ا ح - بمقدار نصف الحركة الوسطى على

زاوية - ب ح ج - المعلومة .

وذلك لأن زاوية - ب ا ح - على المحيط فبالتنصيف

تتحول الى المركز وزاوية - ب ح ا - باقيا الى تمام القائمتين

فتبقى زاوية - ا ب ح - معلومة فمثلث - ا ب ح معلوم الزوايا

ونسبة - ا ب - وتر الحركة الوسطى فيما بين نقطتي ا - ب - الى -

ا - ح - كنسبة جيب زاوية - ا ح ب - الى جيب زاوية -

ا ب ح - فاح - معلوم واذا القينا من - ا ج - وتر الحركة

الوسطى فيما بين نقطتي - ا - ج - بقي - ج ح - معلوما وهو

مساو - لـ ج ع .

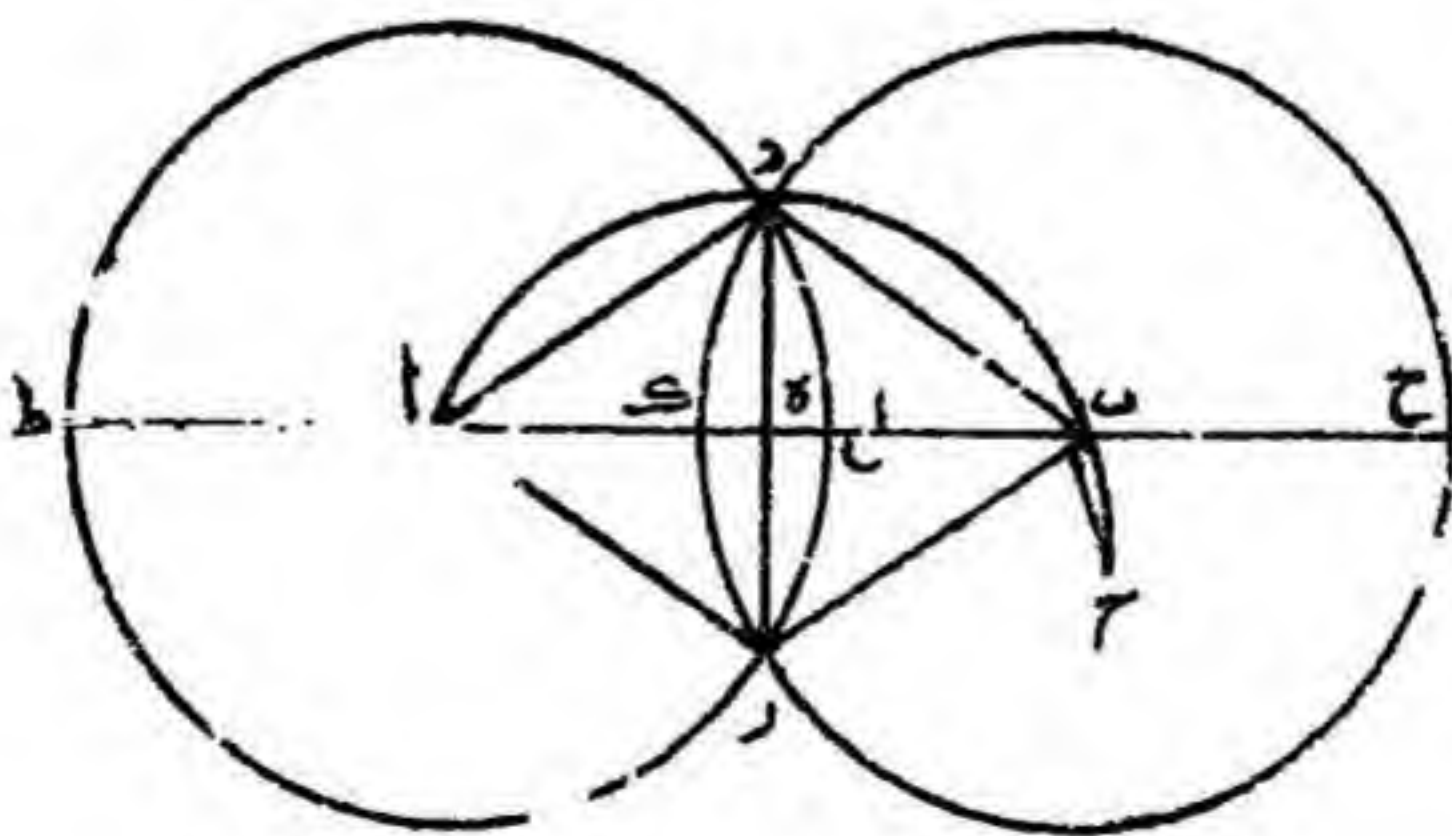
فاذا القينا مضروب - ا ح - في - ح ع - من مربع - ا

ه - الجيب كله بقي مربع - ه ح - ما بين المركزين وباقي العمل

الى معرفة الاوج على حاله .

بين الوسط والمقوم هو التعديل فزاوية - د ا ب - بمقدار تعديل
 حصة - ط ا - ونريد ان نعرفها فنزل عمود - د ه - على - ا
 ب - وندير على مثلث - ا د ب - دائرة تحيط به ونصل - ب ج
 فلا تقراج زاوية - ا د ب - تفصل مربع - ا ب - على مربعي - ا د
 د ب - لضعف ضرب - ب د - في - د ح - فتى ضربنا جيب تمام
 الحصة وهو - د ح - في ضعف - د ب - وهو جيب التعديل الاعظم
 وجمعنا ما بلغ الى مجموع مربعي - ا د - الجيب كله و - د ب - جيب
 التعديل الاعظم حصل مربع - ا ب - فاذا أخذنا جذره كان - ا ب
 ولأن خط - ا ب ج - المنحنى في قوس - ا ب ج - وقد نصفه
 عمود - د ه - فانا اذا القينا مربع - د ب - جيب التعديل الاعظم
 من مربع - د ا - الجيب كله بقي ضرب - ا ب - في - ب ج
 فاذا قضينا ه على - ا ب - خرج - ب ج - فاذا زدناه على - ا ب
 واخذنا نصف الجملة كان - ا ه - وفضل ما بين مربعه وبين مربع - ا
 د - الجيب كله وهو مربع - د ه - واذا نقصنا - ب ج - من - ا ب
 بقي مربع - ب ه - وفضل ما بين مربعه وبين مربع - د ب - جيب
 التعديل الاعظم هو مربع - د ه - ايضا - فده - معلوم وهو جيب
 زاوية التعديل في الدائرة التي قطرها - ا د - لكن اذا اخرجنا
 د ك - يوازي - ا ب - و - ا م - عمودا عليه توازت اضلاع سطح
 ا ه د م - و - ا م - الذي هو جيب زاوية - ا د ك - يساوي - د ه

وزاويتا - ادك - داب - المتبادلتين متساويتين - فده - اذن
 جيب التعديل في الفلك الخارج المركز لخصه - طا - و - اه - جيب
 تمامه فان كانت الحصه - زج - كان جيبها - جس - وزاوية
 ج ب د - منفرجة فاذا القينا مربع - دب - من مربع - دج
 بقى ضرب - دب - في - ب س - مرتين و - ب س - فضل
 ما بين جيب تمام الحصه و بين جيب التعديل الاعظم واذا القينا
 ضعف ضرب - دب - في - دس - من البقية بقى مربع - ج ب
 فاذا قسمنا عليه فضل ما بين مربعي - اد - دب - خرج - اب
 ونصف مجموعه مع - ب ج - هو - اه - ونصف فضل ما بينهما
 ب ه - فده - معلوم وهو جيب زاوية - داه - لكن هذه الزاوية
 مساوية لزاوية - ب ج ه - فده - ايضا جيب تعديل حصه
 ب ز ج - اعنى - طا ج - وحال التعديل في فلك التدوير على
 مثله وتستمر الموامرة فيه اذا انتقلت هذه الارقام اليه مع ادنى
 تأمل وروية • ش - ٥٣



معرفة القطعة المنكسفة من احد النيرين

من كتابي في المسائل المفيدة

لتكن دائرة - د ط ز ل - للكاسف على مركز - ا و
دائرة - د ك ز ح - للمنكسف على مركز - ب - وقد حصل من
الزيج قطراها تين الدائرتين بمقدار دوائر العظام اعنى الذى به
الدائرة العظيمة .

على الكرة ثلاثمائة وستين جزءا ونريد ان تعلم تكسير قطعة
د ك ز ل - التى تسترها دائرة - د ط ز ل - من دائرة - د ك ز ح
بالمقدار الذى به تكسير جميع دائرة - د ك ز ح - اثنا عشر فنصل
ب ز - ب د - ا د - ا ز - ونخرج الخط المار على المركزين ومعه
ط ا ب ج - وهذه كلها قسء إلا انا نستعملها استعمال الخطوط
المستقيمة لصغر مقدارها بالانكسافة (١) الى دور الدائرة التى
عليها - ط ا ب ج - فندير على مثلث - ا د ب - دائرة تحيط به
ونأخذ منها قوس - د ب ج - مساوية لقوس - ا د - ونصل - ب
ج - فنخط - ا ب ج - منحني في قوس - ا د ب ج - وعموده - د ه -
ينصفه فاذا القينا مربع - ب د - نصف مقدار فلك النير من مربع
ا د - نصف مقدار فلك الكاسف بقى ضرب - ا ب - فى - ب ج
فاذا قسمناه على - ا ب - وهو عرض القمر فى كسوفه مطلقا وعرضه
المرى المسمى فى كسوفات الشمس محكما خرج - ب ج - ونصف

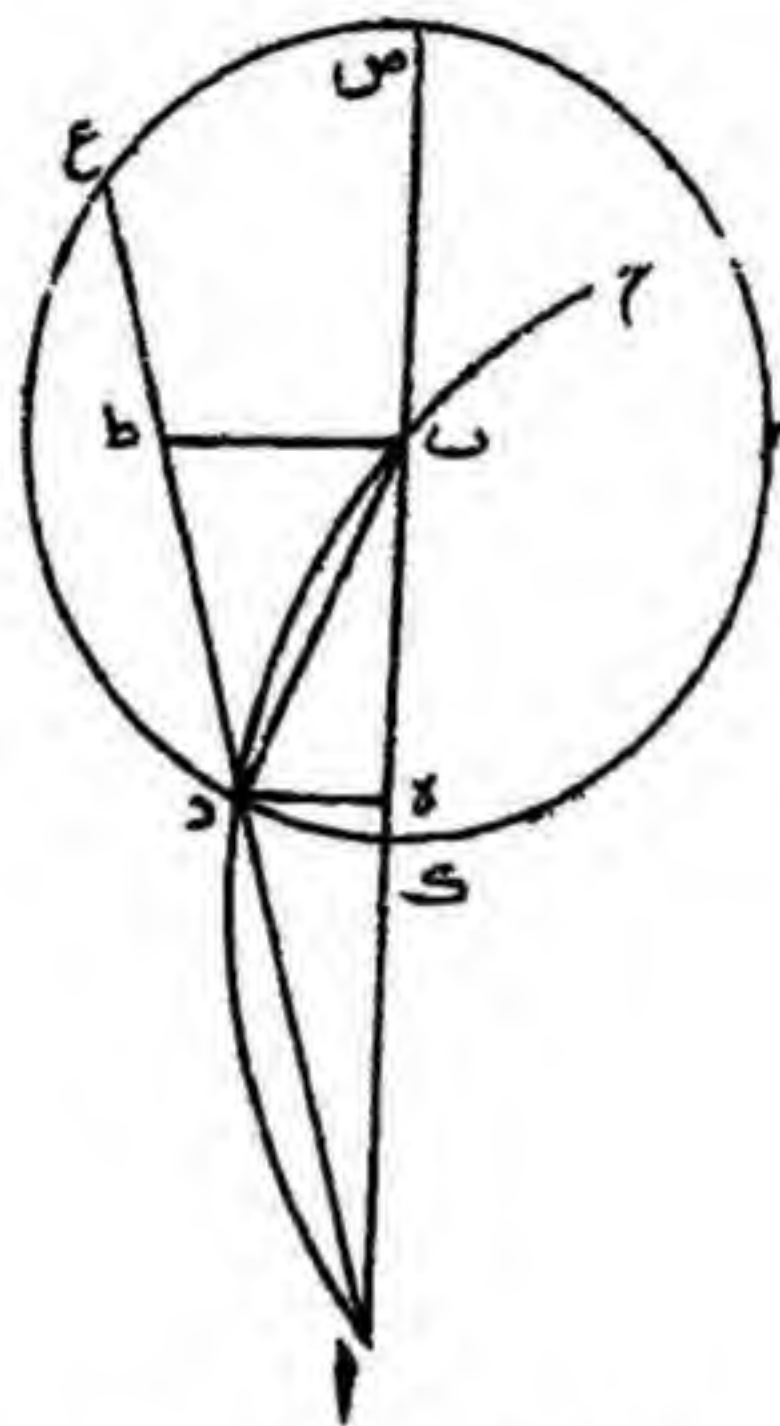
بمجموعة مع - اب - هو - اه - فكل واحد من - اه - هب - معلوم
 وضرب - ل - ه - في - ه ط - يساوي مربع - ه د - لكن - ه د
 اذا اخرج لنا خرج بالمقدار الذي به حصل كل واحد من قطري
 الكاسف والمنكسف وليست لنا جيوب على هذا المقدار مقطوعة
 حتى يمكننا معرفة قوس - دل - فلذلك نحتاج الى تحويل
 هذا اعني - ه د - الى المقدار الذي به - ب د - الجيب كله بان
 نضربه في - ال - ونقسم المبلغ على الجيب كله فيخرج - ه د
 بالمقدار المطلوب *

ونقوسه حينئذ في جداول الجيوب فنخرج قوس - دل
 بالمقدار الذي به دور الكاسف ثلاثمائة وستين جزءا ومتى عرفنا نسبة
 قوس - دل - الى دور دائرة الكاسف بذلك المقدار اجتنبنا الى ان
 نعرف قدره بالمقدار الاول الذي به عرفنا اول مقدار القطر
 الكاسف فلان نسبة القطر الى الدور نسبة واحدة الى ثلاثة وسبع
 بضرب - ط ل - في ثلاثة وسبع فيجتمع دور الكاسف ونسبة - دل
 بهذا المقدار وهو المطلوب الى دور الكاسف بهذا المقدار كنسبة
 بالمقدار الذي به دور الكاسف ثلاثمائة وستين جزءا الى جميع
 دوره كذلك فاذا حصل - د ز - المطلوب ضربناه في - ال - فاجتمع
 تكسير قطاع - ادل ز - واذا ضربنا - اه - في - ه د - اجتمع
 تكسير مثلث - اد ز - وفضل ما بينه وبين تكسير القطاع هو مساحة

قطعة - دل زه - ثم يتمثل في قوس - ك د - وقطاع - دك زب
ومثلث - دب ز - العمل المتقدم حتى تحصل لنا مساحة قطعتي
الكاسف والمنكسف فيجتمع مساحة القطعة المنكسفة إلا انها
بالمقدار الذي به - ج ك - قطر المنكسف هو العدد الاول الذي

ش - ٥٤

حاصل لنا من الزيج *



ونحتاج ان نحوله الى المقدار الذي به مساحة المنكسف
كله اثنا عشر فلأن نسبة الجزء من الدائرة الى الجزء المشابه له من
الدائرة الاخرى كنسبة كل الدائرة الاولى الى كل الدائرة الاخرى
ونسب الدوائر بعضها الى بعض على نسب مربعات اقطارها فنسبة
تكسير القطعة المنكسفة بالمقدار الذي حصل لنا الى تكسيرها
بالمقدار الذي به مساحة جرم المنكسف اثنا عشر كنسبة مربع
قطر المنكسف على ما حصل لنا من الزيج الى مائة واربعة واربعين

فساحة القطعة المنكسفة على ما طلبناها معلومة •

معرفة قوس رجوع الكوكب من كتابي في ابطال

البهتان بايراد البرهان على اعمال الخوازمي في زيجه

لتكن دائرة - س ع د - فلك تدوير الكوكب على

مركز - ب - و - ا - مركز العالم ونسبة نصف - ع د - اعني

ط د - الى - ا د - كنسبة مسير الطول الى مسير الاختلاف اعني

مسير مركز فلك التدوير على محيط حامله الى مسير جرم الكوكب

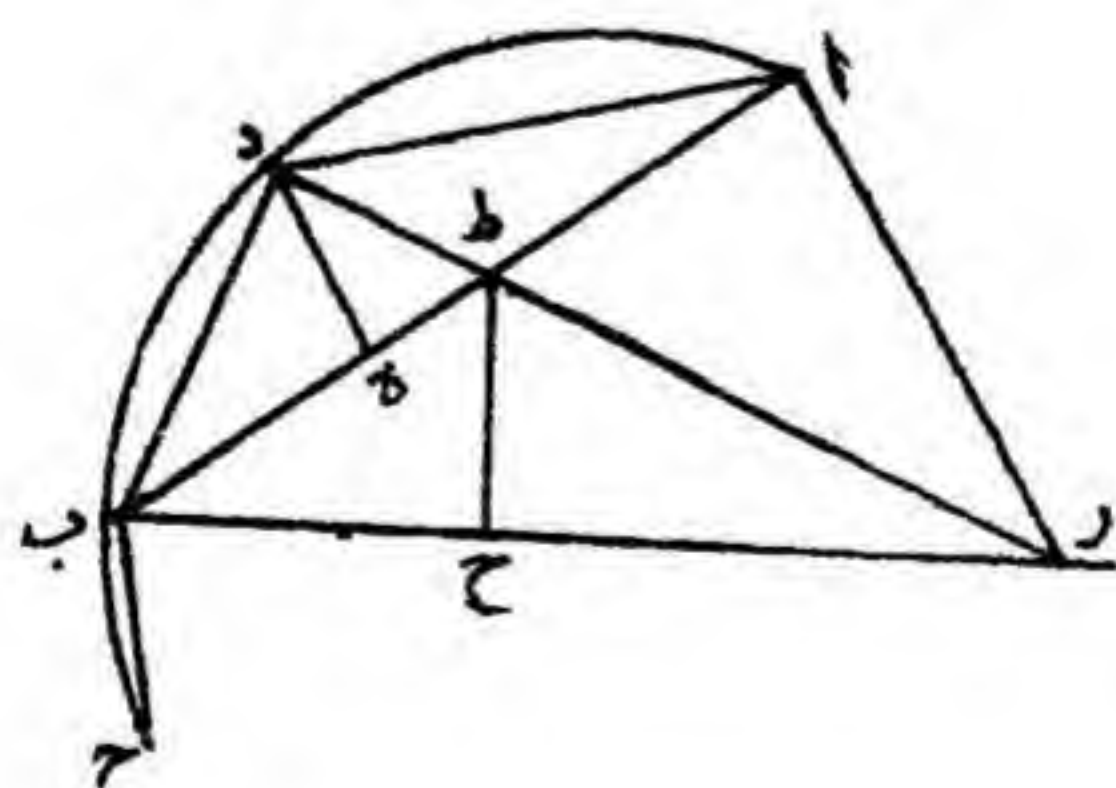
على محيط فلك التدوير فيكون - د - موضع المقام و - ك د - نصف

قوس الرجوع •

ولما استخراج بطليموس كل واحد عن - ا د - د ط - باقسام

ا ب - الستين سلك في معرفة زاوية - د ب ك - طريقته في جميع

اعمال كتاب المجسطي • ش - ٥٥



ولندرنحن على مثلث -- ادب -- دائرة ونقرز منها -- د ج مساوية -- لاد -- ونصل -- ب ج -- وتنزل عمود -- ده -- فلأن اب ج -- منحنى في قوس -- اد ج -- يكون مربع -- اد -- المعلوم مساويا لمربع -- ب د -- نصف قطر فلك التدوير وضرب -- اب -- الذى هو ستون في -- ب ج -- المجهول واذا القينا مربع -- ب د -- من مربع اد -- بقى ضرب -- اب -- في -- ب ج -- فاذا قسمناه على -- اب -- خرج -- ب ج -- ونصف مجموعه الى -- اب -- هو -- اه -- فه ب معلوم و -- ده -- يكون معلوما باجزاء -- اب -- ونسبة -- ده -- بهذا المقدار الى -- دب -- بهذا المقدار كنسبة -- ده -- بالمقدار الذى به -- دب -- الجيب كله الى -- دب -- الجيب كله فاذا حولناه وقوسناه خرج دك -- المطلوبة وهو ما اردناه .

مسئلة احوج اليها معرفة الابعاد فى مقالتي فى

دلالة الآثار العلوية على الاحداث السفلية

مثلا -- ز اب -- ب د ز -- قائمى زاويتى -- ا د -- وهما معا على قاعدة -- ز ب -- وقد اخرج عمود -- ط ح -- على ز ب -- من نقطة تقاطع -- زد -- ب ا -- كيف نعلم -- ط ح -- من اضلاع المثلثين المعلومه فلنصل -- اد -- فيكون معلومان من جهة ان ذا اربعة اضلاع اد ب ز -- مما تحيط به دائرة لأن -- دب -- وتر كل واحدة من زاويتى المثلثين القائمين فهو بعينه قطر للدائرة المحيطة بكل واحد منها

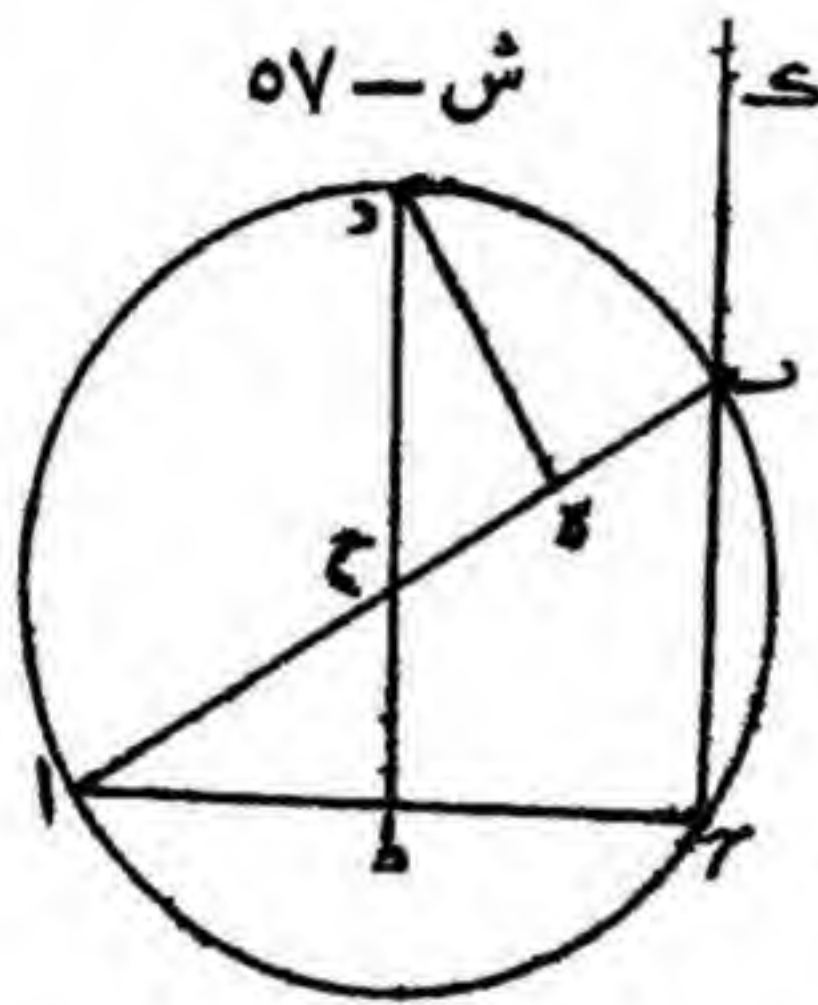
مسئلة النخلة ويجيء ذكرها في كتاب الجبر والمقابلة

اذا كان خشبة معلومة الطول منصوبة على الارض قائمة على وجهها قد انكسرت وانعطفت حتى بلغ الارض فكان ما بين موضع رأسها من الارض الى اصلها معلوما و اردنا معرفة موضع انكسارها ضربنا نصف البعد الذي بين موضع رأسه من الارض وبين اصله في نفسه وقسمنا المجتمع على نصف طول الخشبة فما خرج فهو الذي ان تقص من طول الخشبة بقى ما بقى منها قائما على وجه الارض وان زيد على نصف طولها اجتمع مقدار ما انكسر وانعطف الى الارض .

فلتكن الخشبة - ك ج - قائمة على - ا ج - وجه الارض ولما انكسرت على - ب - وانعطفت ولم ينماز احد قسميها من الآخر بلغ رأسها نقطة - ا - من الارض وكان - ا ج - معلوما ونريد الآن معرفة مقدار - ب ج - فلندر على مثلث - ا ب ج - القائم زاوية ج - دائرة ونخرج عمود - د ه - على - ا ب - من منتصف قوس - ا ب ج - وعمود - د ط - على - ا ج - فلأنه خارج من منتصف القوس فانه لا محالة ينصف وتر - ا ج - وتكون قطعة من قطر الدائرة و - ا ب - قطرها فالمرکز نقطة - ج - ضرورة ومثلثا - د ه ح - ا ط ح - المتناظران قائمي زاويتي - ه - ط - فهما متشابهان و - د ح - يساوي - ح ا - فد م - يساوي - ا ط - اذن

ونسبة - اه - نصف طول الخشبة الى - ه د - المساوي - لا ط
 كنسبة - ده - الى - ه ب - المطلوب فهو معلوم فاذا زدناه على
 اه - اجتمع - اب - المنكسر من الخشبة واذا نقصناه من - اه
 اعني مجموع - ج ب - ب ه - بقى - ب ج - الباقي منها قائما على

الارض •

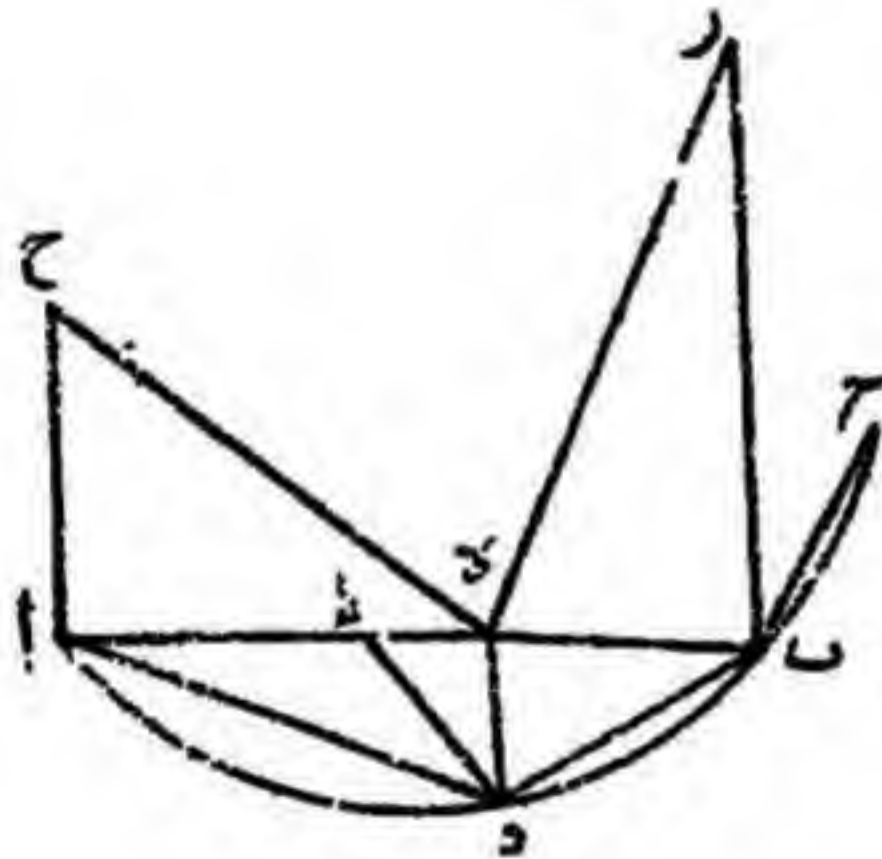


مسئلة الطائر ين والسهمكة وهى متداولة فى كتاب الجبر والمقابلة

نخلتا - ب ز - اح - معلومتا الطولين على حاقى نهر عرضه
 اب - وقد ظهر على وجه الماء فيه سمكة فاتقض عليها من رأسى
 النخلتين طائران واصطادها معافى وقت واحد ونريد ان نعلم بعد موضع
 ظهور السمكة من شاطئ النهر وما طاره الطائران فلنضرب كل واحد
 من طول النخلتين فى نفسه ونقسم فضل ما بين المجتمعين منهما على
 عرض النهر فما خرج نريده على المقسوم عليه ونأخذ نصف ما بلغ

فيكون بعد موضع ظهور السمكة من اصل النخلة القصيرة وان القينا ذلك من عرض النهر بقى بعده من اصل النخلة الطويلة وان ضربنا طول النخلة في نفسه وبعد ما بين اصلها وبين موضع السمكة في نفسه وأخذنا جذر مجموع المبلغين كان ذلك هو ما طاره كل واحد من الطائرین فليكن اطول النختين - ز ب - واقصرها - ح ا - وموضع ظهور السمكة على الماء - ه - ونصل - ز ه - ح ه - فيكونان متساويين لأنهما بعدان قطعهما الطائران في زمان واحد ولذلك يساوى مجموع مربعى - ز ب - ب ه - مجموع مربعى - ح ا - ا ه - فيكون فضل مربع - ب ز - على مربع - ح ا - مساويا لفضل مربع - ا ه - على مربع - ب ه - ثم نعمل مثلث - ا ب د - ونجعل - ا د - فيه مساويا - لب ز - و - ب د - مساويا - ل ا ح - ونصل - د ه - فاقول انه عمود على - ا ب - لا يمكن غيره فان امكن فلا يكونن عمودا على - ا ب - ولننزل العمود فيكون - د ط - ففضل ما بين مربعى - ب د - د ا - مساو لفضل ما بين مربعى - ب ط ط ا - ولكن فضل ما بين مربعى - ب د - د ا - اعنى مربعى - ا ح - ب ز - مساو لفضل ما بين مربعى - ا ه - ب ه - فكل واحد من - ج ط - د ه - عمود على - ا ب - ففى مثلث - د ط ه - زاويتان قائمتان سوى الثالثة هذا خلف - فد ه - هو العمود على ا ب - دون - د ط - ثم ندير على مثلث - ا د ب - دائرة يحيط به

ونقرز قوس - د ب ج - مساوية لقوس - ا د - فمربع - ا د
 ب فضل على مربع - ب د - بضرب - ا ب - في - ب ج - فاذا
 قسمنا فضل ما بين مربعي - ا د - د ب - اعني مربعي - ب ز - ا ح
 على - ا ب - خرج - ب ج - و - ا ه - بعد موضع السمكة من نخلة
 ا ح - هو نصف مجموعهما و - ه ب - بعده من نخلة - ب ز - هو
 نصف فضل ما بينهما • ش - ٥٨



وقد يمكن وجود طرق الى المطالب في المسائل المتقدمة اسهل
 من التي اتفقت في الوقت إلا ان الغرض في صرفها الى امر واحد هو
 الابانة عن محل خواص هذا الشكل من هذه الصناعة والارشاد الى
 كيفية التصرف فيها •

ذكر اوتار الدائرة

وما لاخفاء به ان معرفة اوتار قسي الدائرة لعلم الهيئة قائمة
 مقام الطور من المادة فيها تخرج من القوة الى الفعل وخواص هذا
 الشكل.

الشكل يتسوى في اكثرها سريان الروح في البدن ولنشر الى ذلك فنقول انه لا بد من ان تكون من اوتار الدائرة واحدا معلوما لنستنبط سائرهما منه وننسب مقاديرها اليه .

ومن البين ان الاوتار مختلفة باختلاف قسيها بعضها اصغر من بعض مشاكلة للكسور الموجودة كذلك فهي سيالة الى التصاغر غير واقفة عند حد محدود وما ليس بمحدود فلن يساغ الوقوف عند بعضه من غير ما سبب موجب للوقوف .

ولكننا اذا نظرنا الى الطرف الآخر منها وهو التعاضد وجدناه محدودا بالقطر الذي هو اعظم الاوتار فهو واقع منها مقام الواحد من الكسور فهو اذن الذي يجب ان يكون معلوما اما بتقدير الدور حتى يكون سبعة اجزاء من اثنين وعشرين من الدور واما بالوضع فانا انما نحتاج من الاوتار الى نسبها الى الاقطار لا الادوار وقد استبان ان وتر السدس مساو لنصف القطر فهو اول وتر عرفناه في الدائرة وهو المنطق من بين سائرهم .

معرفة وتر العشر في الدائرة

وليكن - د ب - وتر العشر في دائرة - د ب ز - فاقول

انه معلوم .

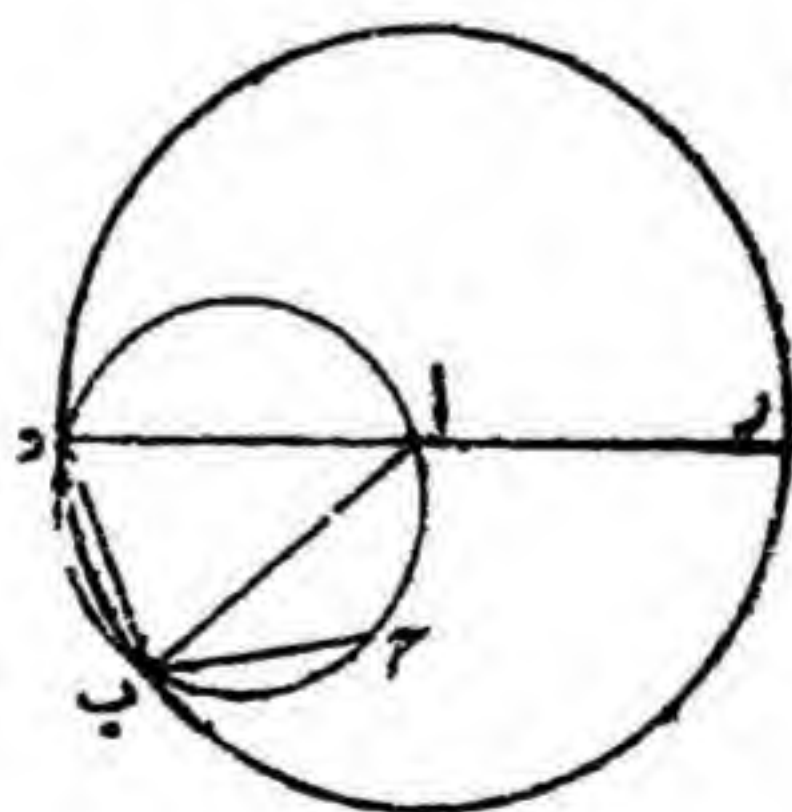
برهانها انا نخرج قطر - د ا ز - وليكن المركز - ا - ونصل

ا ب - وندير على مثلث - ا د ب - دائرة ونفصل قوس - د ب ج

منها مساوية لقوس - اد - ونصل - ب ج - فلأن زاوية - د اب
تقابل من مركز - ا - عشر دور دائرة - ب ز د - فانها تقابل
من محيط دائرة - اد ب - ضعف ذلك وهو خمس دورها وخط
اد - يساوي خط - اب - وكل واحدة من قوسي - اد - ا ج
خمس الدور وقد تبين ان - دب - خمس الدور فتموسا - دب
ب ج - متساويتان وخط - اب ج - منحنى في هذه الدائرة فمربع
اد - يساوي مربع - دب - مع ضرب - اد - في - دب اغنى
ضرب - اب - في - ب ج - فخط - اد ب - كخط واحد مستقيم
منقسم على نقطة - د - بنسبة ذات وسط وطرفين وقسمة الاطول
وهو - اد - نصف القطر معلوم فالتقسم الاصغر وهو - دب وتر

ش - ٥٩

العشر اذن معلوم •



وحسابه ان يزداد على مضروب نصف القطر في نفسه رבעه
وينقص ربع القطر من جذر المبلغ فيبقى وتر العشر وذلك بحسب

الشكل

الشكل الحادى عشر من المقالة الثانية من كتاب الاصول فقد حصل الوتر الثانى ومامن وتر الا ويعرف منه وتر تنمة قوسه الى نصف الدور.

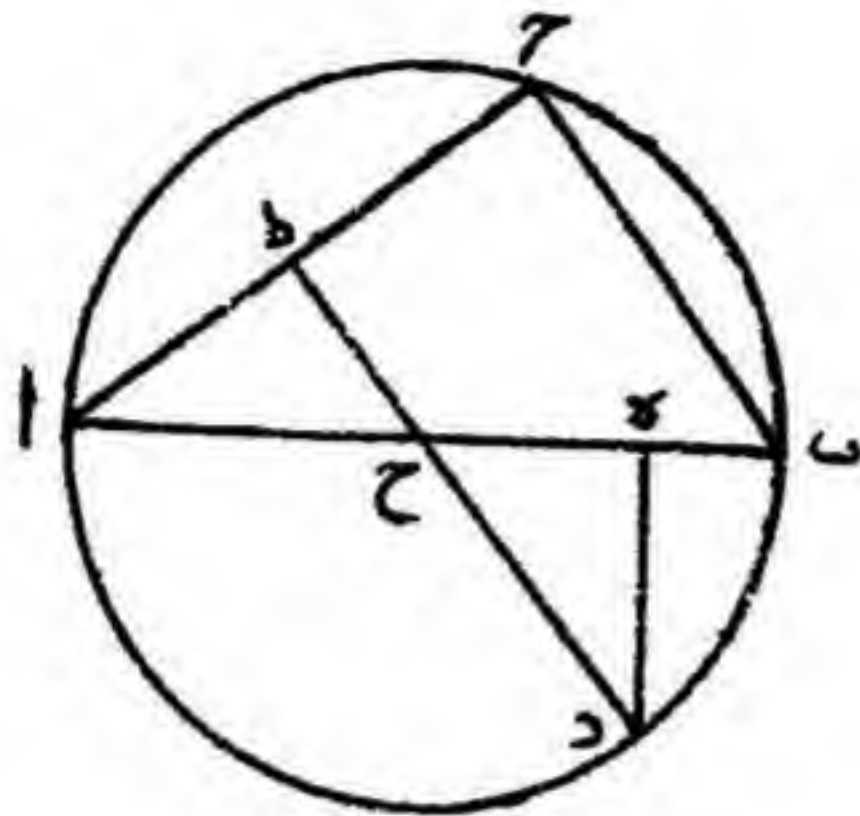
معرفة وتر تنمة كل قوس معلومة .

الوتر الى نصف الدائرة

وليكن الوتر المعلوم - ب ج - وقطر الدائرة - ا ب ولنصف قوس - ا ب ج - على - د - ونزل عمود - د ه - على - ا ب - وعمود - خ ط - على - ا ج - فكما تقدم فى مسئلة النخلة ننصف وتر - ا ج - بعمود - د ح ط - ويكون - ح - مركز الدائرة ويتساوى مثلثا - ه د ح - ط ا ح - المتشابهان فيتساوى - ه د ا ط - وتكون نسبة - ا ه - نصف مجموع الوتر والقطر الى - ه د المساوى - ل ط ا - كنسبة - ه د - الى - ه ب - الذى هو فضل نصف مجموع القطر والوتر على القطر - ف ا ط - نصف المطلوب معلوم .

وحسابه ان يضرب نصف مجموع الوتر والقطر فى فضل القطر على هذا النصف ويضعف جذر المبلغ فيكون وتر تنمة القوس المعلوم الوتر الى نصف الدور وهذا الحساب ايسر من أخذ جذر فضل ما بين مربعى - ا ب - ب ج - لسقوط احد الترييعين عنه فقد حصل اذن بالوترين الاولين وتران آخران .

ش - ٦٠

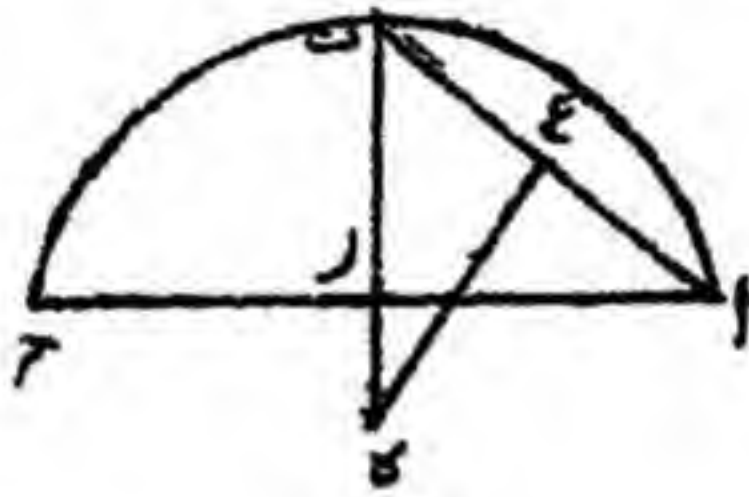


معرفة وتر ضعف كل قوس معلومة الوتر ومعرفة وتر نصف القوس
المعلومة الوتر وان لم تظهر فيه آثار هذه الخواص بالفعل
ليكن -- اب -- وتر معلوما في دائرة معلومة القطر وقوس
ب ج -- تساوى قوس -- اب -- ونصل -- اج -- وهو المطلوب
فتخرج من المركز عمود -- ه ح -- على -- اب -- فتساوى زاويتا
ب از -- ب ه ح -- مع قيام زاويتي -- ح ز -- ويتشابه مثلثا -- اب ز
ب ه ح -- فتكون نسبة -- اب -- الى -- از -- كنسبة -- ب ه -- الى
ه ح -- فاز -- معلوم وضعفه -- اج -- وحسابه ان ضرب الوتر
المعلوم في جذر ربع فضله ما بين مربعه وبين مربع القطر وتقسيم المحتمع
على نصف القطر ونضعف ما يخرج من القسمة فيكون وتر ضعفها
فان كان الوتر المعلوم -- اج -- واريد -- اب -- وتر نصف قوسه فان
ز ه -- نصف وتر تمامة قوس -- اب ج -- الى نصف الدائرة تكون

ب ز - باقية من نصف القطر و - اب - يقوى على - از - ز ب
فهو معلوم وحسابه ان يضرب الوتر المعلوم في نفسه ويلقى ما
اجتمع من مضروب القطر في نفسه وينقص جذر ما بقي من القطر
ويضرب نصف ما يبقى في مثله وينز اذا المبلغ على مضروب نصف
الوتر المعلوم في مثله ويؤخذ جذر المجتمع فيكون وتر نصفها

المطلوب .

ش - ٦١

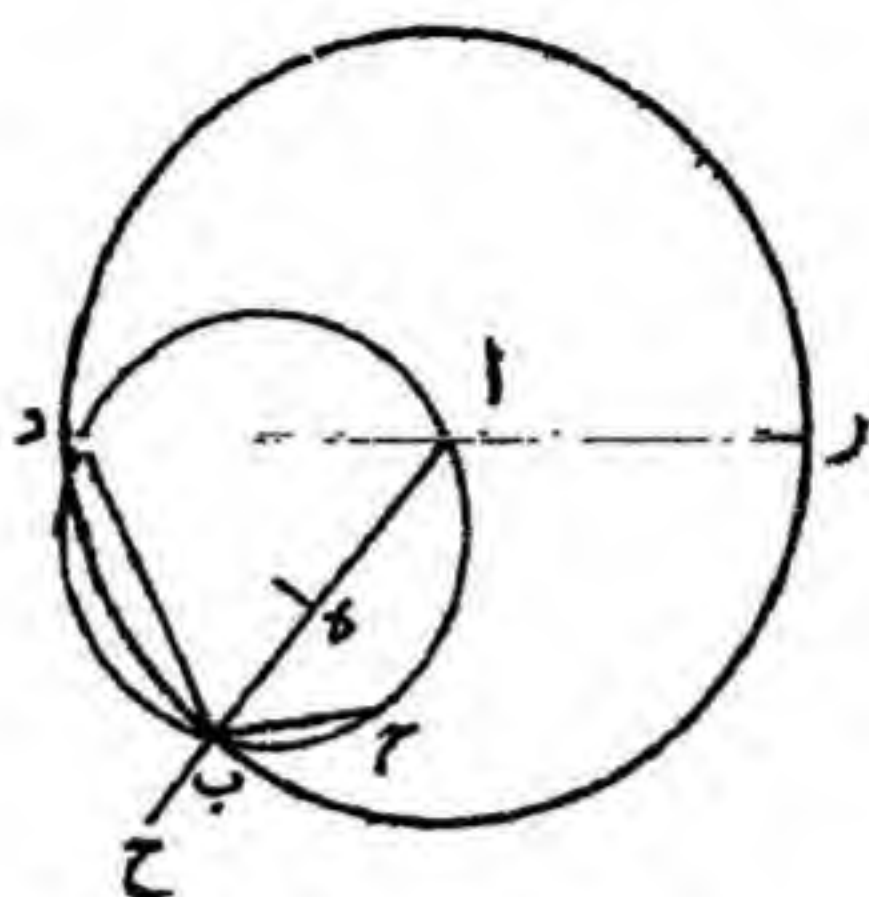


فقد علم وتر السدس والثلاث وبطريقة التنصيف من عند
السدس وتر نصف السدس ووتر رابعه وعلم وتر العشر ووتر الاربعة
الاعشار ووتر الخمس ، اما بتنصيف هذا واما بتضعيف ذلك ومن
وتر العشر وتر نصف التسع ورابعه ومن نصف الدائرة وتر الربع
لأنه يقوى على نصف مربع القطر ووتر الثمن ، اما بالتنصيف واما
بمثل ما تقدم في وتر العشر .

معرفة وتر الثمن

وهو ان يكون -- ب د -- ثمن محيط دائرة -- د ب ز -- المعلومة القطر ونصل -- د ب -- فيكون وتر الثمن فاقول انه معلوم .
 برهانه انا نخرج قطر -- د ا ز -- وليكن المركز -- ا -- ونصل
 ا ب -- ونخرج عمود -- د ه -- على -- ا ب -- وندير على مثلث
 ا د ب -- دائرة ونفصل قوس -- د ب ج -- منها مساوية لقوس
 ا د -- ونصل -- ب ج -- ولأن -- د ه -- نصف وتر ضعف الثمن فانه
 نصف وتر الربع وزاوية -- د ا ب -- ثمن اربع زوايا قائمات
 فهي اذن نصف قائمة وزاوية -- ا ه د -- قائمة فتبقى زاوية -- ا د ه
 نصف قائمة خطأ -- ا ه -- د -- متساويان وكل واحد منهما نصف
 وتر الربع ونخرج -- ا ب -- على استقامته حتى يصير -- ه ح -- مساويا
 له ا -- فمعلوم ان -- ب ح -- ب ج -- يتساويان لأن عمود -- د ه
 ينصف كل واحد من -- ا ب ج -- المنحنى و -- ا ب ح -- المستقيم
 ومربع -- ا د -- مساو لمربع -- د ب -- المطلوب وضرب -- ا ب -- المعلوم
 في -- ب ج -- اعني -- ب ح -- فد ب -- اذن معلوم وحسابه ان نلقى
 نصف القطر من ضعف وتر الربع ونضرب الباقي في نصف القطر
 ونلقى المبلغ من مضروب نصف القطر في نفسه ويؤخذ جذر الباقي
 فيكون وتر الثمن فاما نصف وتر الثمن فنكسر وان طلب فبالتنصيف
 موجود .

ش - ٦٢

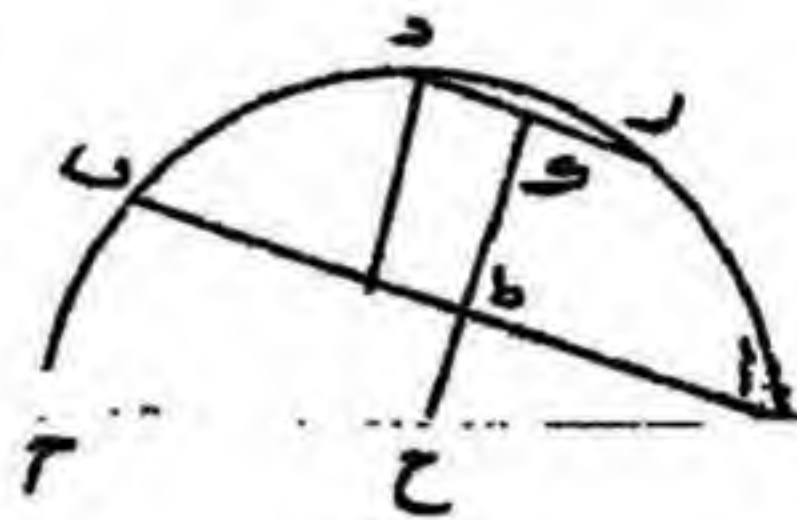


معرفة وتر مجموع قوسين معلومتى الوتر

وكل قوسين معلومتى الوتر فان وتر مجموعهما معلوم وليكونا
 اب - ب ج - ونخرج - د ز - موازيا - لز اب - وننزل عمود
 ده - من منتصف قوس - اب ج - على - اب - ونخرج من
 مركز الدائرة وهو - ح - عمود - ح ط ك - على - زد - ومعلوم
 ان ما بين قوسى - اب - ب ج - اعنى - زد - هو مجموع قوسى
 ب د - ز ا - ولأن - ح ك - هو نصف وتر تمام - زد - اعنى
 ب - ج المعلوم - و - ح ط - نصف وتر تمام - اب - ففضلى
 وهو - ك ط - معلوم - و - ده - يساويه و - اد - يقوى عليه
 ما بينهما وعلى - اه - الذى هو نصف مجموع الوترين واذا صار
 اد - معلوما كان - ا ج - وتر نصف قوسه معلوما ، وحسابه ان

نسقط مضروب كل واحد من الوترين في نفسه من مضروب القطر في نفسه ونأخذ جذر ربع كل واحد من الباقيين ونضرب فضل ما بين الجذرين في نفسه ونزيد عليه مضروب نصف مجموع الوتر في نفسه ونقسم على القطر ونلقى ما خرج من نصف القطر ونضع الباقي ونضرب ذلك الضعف في نفسه ونلقيه من مضروب القطر في نفسه ونأخذ جذر ما يبق فيكون وتر مجموع القوسين •

ش - ٦٣



معرفة وتر نصف مجموع قوسين معلومتى الوتر

متى ما علم وتر مجموعهما عرف بالتنصيف المتقدم وتر نصف مجموعهما ويمكن تعبره فيكونا - ا ب - ب ج - ونخرج من المركز وهو - ح - عمودى - ح ك - ح ط - على - ا ب - د ه ط فلان - ح ك - نصف وترتمة - ا ب - الى نصف الدائرة و - ط ه

يساويه

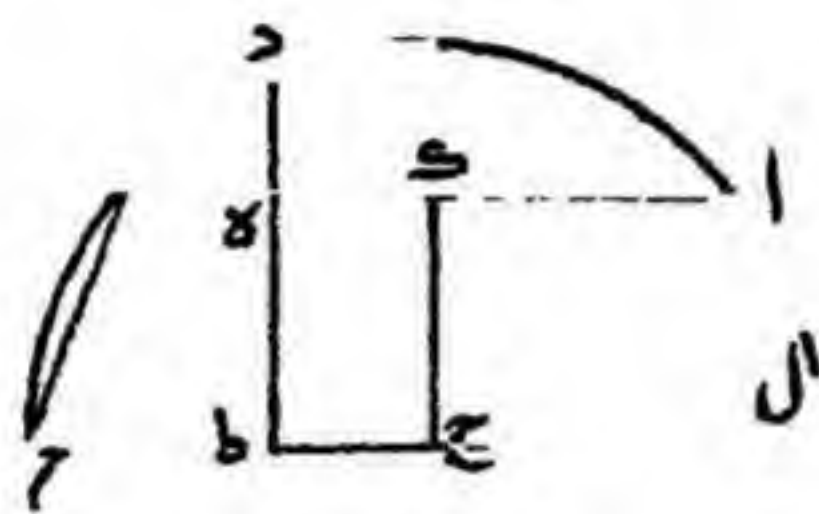
يساويه - و - ا ه - نصف مجموع الوترين - فك ه - يساوي نصف
 ب ج - اذ هو مساو لنصف الوتر الخارج من نقطة - د - على موازاة
 اب - ونخرج - ح ط ل - على استقامته فين ان ضرب ل ط
 في باقيه من القطر مساو لمربع - ط د - فاذا اسقط منه - ط د - بقي
 ه د - معلوما و - ا ه - معلوم - فاد - معلوم وحسابه ان ندير نصف
 اصغر الوترين على نصف القطر وننقصه ايضا منه ثم نضرب الزائد
 في الناقص ونحفظ جذر المجتمع ونسقط مضروب اعظم الوترين في
 نفسه من مضروب القطر في نفسه ونأخذ جذر ربع ما يبقى فنلقيه من
 المحفوظ ثم نضرب الباقي في نفسه ونزيده على مضروب نصف
 مجموع الوترين في نفسه ونأخذ جذر الجمله فيكون وتر نصف
 مجموع القوسين المعلومتي الوترين .

معرفة وتر ما بين قوسين معلومتين الوتر

وليكن ا ب - اب - ب ج - ونخرج من منتصف قوس
 اب ج - و - ز موازيا - لاب - ومن مركز - ح - عمود - ح ط ك
 عليه فيكون مجموع - د ب - ز ا - هو فضل ما بين قوس - ب ج
 اعني - د ز ه - وقد تقدم ان - ك ط - يكون معلوما و - ه ب
 هو فضل الوتر الاطول على نصف مجموع - ه ب - الى الاقصر - ف د ب
 القوي عليهما معلوم فوتر ضعفه معلوم، وحسابه ان نمثل ما تقدم في
 وتر المجموع حتى يحصل فضل ما بين الجذرين فنضربه في نفسه

ونجمع المبلغ الى مضروب فضل الوتر الاطول على نصف مجموع
الوترين في نفسه ونقسم ما يجتمع على القطر فما خرج نلقيه من
القطر ثم نضرب الباقي في نفسه ونلقيه من مضروب القطر في نفسه
ونأخذ جذر ما يبقى فيكون وتر التفاضل .

ش - ٦٤



ولأن لوتر مجموع القوسين ووتر فضل ما بينهما اشتراكا
في الاسم وذلك ان - د ب - ووتر تفاضل ما بين قوسى - ا د - د ب
وهو بعينه اعنى - د ب - ووتر تفاضل قوسى - ا د - ج ب - فانهما
يتعاونان في الحصول .

• معرفة وتر مجموع قوسين معلومتى الوترين

ومعرفة وتر تفاضل ما بينهما بالتجاوز

وليكونا - ا د - د ب - ونفرض قوس - ا د - يساوى

د ج - فمعلوم ان وتر المجموع - ا ب - ووتر التفاضل - ب ج -

ولنخرج من مركز - ح - عمود - ح ز - على - ا د - ونصل

ا ح

ا ح - فلأن زاوية - ا ح ز - على نصف القوس التي عليها زاوية
 د ب ه - فانهما متساويتان ومثلثا - ا ز ح - ه ن د - متشابهان
 فنسبة - ا ح - نصف القطر الى - ح ز - نصف وتر تمة قوس
 ا د - الى نصف الدائرة كنسبة - د ب - الى - ب ه - فب ه
 معلوم و - ا د - يقوى على - ب ه - ه د - فه د - ايضا معلوم
 و - ا د - يقوى على - ا ه - ه د - فاه - معلوم فاذا جمعنا - ا ه
 ه ب - اجتمع وتر المجموع واذا نقصنا - ه ب - من - ا ه - بقي
 وتر التفاضل .

وحسابه ان نضرب الوتر الاقصر في نصف تمة القوس
 الوتر الاطول الى نصف الدائرة ونقسم المجتمع على نصف انقطر
 فيخرج المحفوظ وهو - ب ه - ونضرب هذا المحفوظ في نفسه
 والوتر الاقصر في نفسه ونلقى فضل ما بين المجتمعين من مضروب
 الوتر الاطول في نفسه ونأخذ جذر ما بقي فان زدنا المحفوظ على
 هذا الجذر اجتمع وتر المجموع وان نقصناه منه بقي وتر التفاضل .

طريق آخر

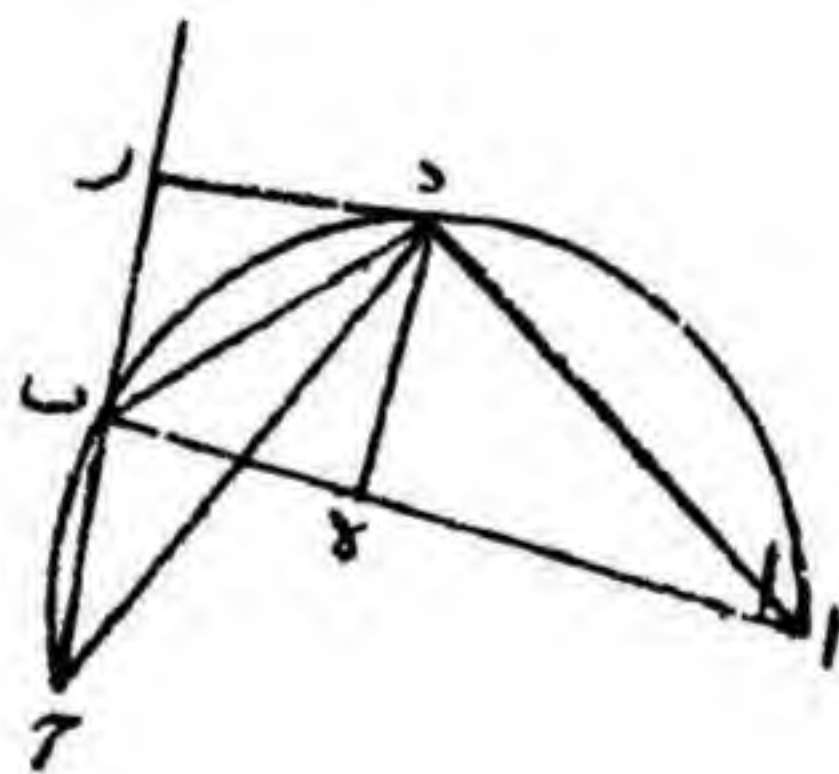
فان أخذنا نسبة - از - الى - اح - التي هي كنسبة - ده - الى - دب - صار منه - ده - معلوما ونعبر بحسابه فصار هكذا .
نضرب الوتر الاقصر في نصف الاطول ونقسم المبلغ على نصف القطر فما خرج نضربه في مثله ونلقيه من مضروب الوترين كل واحد على حدة في نفسه وتأخذ جذري البقيتين فان جمعا اجتمع وتر المجموع وان أخذ فضل ما بينهما كان مساويا لوتر فضل ما بينهما .

طريق آخر لغيري

وقريب منه ما عمل عليه ابو نصر منصور بن علي بن عراق في كتابه الموسوم بالمجسطي الشاهي، وهو انه اخرج - ج ب - على استقامته وانزل عليه عمود - د ز - فلأن - دب - معلوم ونسبة دب - الى - ب ز - كنسبة القطر الى وترتمة - اد - الى نصف الدائرة لأن زاوية - دب ز - بمقدار قوس - اد - وزاوية - دزب - قائمة واذا اخرج قطر دائرة من - د - ووصل بين - ا - وبين منتهاه تبين مشابهة ما بين ذلك المثلث ومثلث - دزب - فنسبة القطر الى ب ز - معلومة ونسبة مربع - ج د - الى مربع - ب د - معلومة فنسبته الى الزيادة معلومة وزيادة مربع - ج د - على مربع - ب د - هو زيادة مربع - ج ز - على مربع - ب ز - فنسبة مربع - ح د -

الى كل واحد من مربعي -- ج ز -- ب ز -- معلومة ونسبة القطر الى
ب د -- قد فرضت معلومة فنسبة القطر الى كل واحد من -- ب ز
ج ز -- معلومة فيبقى -- ب د -- معلوما ثم وصل -- ا ب -- وانزل
عليه عمود -- د ه -- فلأن نسبة -- ا د -- الى -- ا ه -- كنسبة القطر الى
وتر تمام -- ب د -- تكون نسبة -- ا د -- الى -- ا ه -- معلومة ونسبة
ب د -- الى -- ب ه -- كنسبة القطر الى وتر تنمة -- ا د -- تكون
نسبة -- ب د -- الى -- ه ب -- معلومة فنسبة القطر الى كل واحد من
ا ه -- ب ه -- معلومة فنسبته الى مجموعهما معلومة وقد تبين فيما سلف
ان فضل -- ا ه -- على -- ب ه -- مساو -- لب ج -- .

ش-۶۶



و حساب وتر التفاضل منه ان نضرب الوتر الاقصر في وترتمة

قوس الاطول الى نصف الدائرة ونقسم المجتمع على القطر فنخرج
المحفوظ الاطول فنضربه في مثله ونزيد المبلغ على فضل ما بين مضروب

كل واحد من الوترين في مثله وتأخذ جذر الجملة ونلقى المحفوظ
الاول منه فبقى وتر التفاضل •

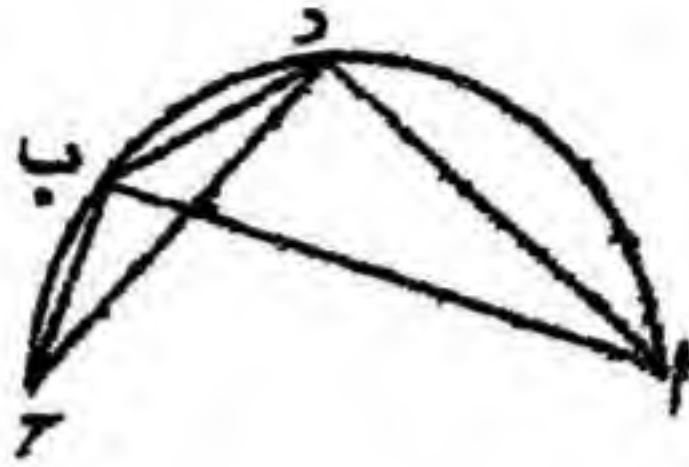
وحساب وتر المجموع منه ان نضرب الوتر الاطول في
وترتمة الاقصر الى نصف الدائرة ونقسم المجتمع على القطر فنخرج
المحفوظ الثاني فمقي جمعنا المحفوظين الاول والثاني كانت الجملة
وتر مجموع القوسين ومتى نقصنا اقلهما من الاكثر بقي وتر تفاضل
ما بينهما •

ولد في استخراج احدهما من الآخر طريق آخر اورد في الكتاب المذكور

اذا كان المعلوم - ب ج - وتر التفاضل واريد - اب - وتر
المجموع فان مربع - ا د - المعلوم يساوي ضرب - اب - المطلوب
في - ب ج - المعلوم مع مربع - د ب - المعلوم فاذا القينا مربع
د ب - من مربع - ا د - بقي ضرب - اب - في - ب ج - و - ب
ج - معلوم - فاب - معلوم •

وحسابه ان نضرب كل واحد من الوترين في نفسه ونقسم
فضل ما بين المجتمعين منهما على وتر فضل ما بين قوسيهما فيخرج
وتر المجموع وان كان - اب - وتر المجموع معلوما واريد - ب
ج - وتر التفاضل فمربع - ا د - يساوي مربع - د ب - وضرب
اب - في - ب ج - المجهول •

ش - ٦٧



وحسابه ان تقسم فضل ما بين مربعي الوترين على وتر المجموع
فيخرج وتر التفاضل •

طريق آخر في ذلك الى

قلت في بعض المقالات التي احتجت الى هذا المعنى فيها نزل
عمود - ده - على - اب - اذا كان - اب - وتر المجموع معلوما
واردنا - ب ج - التفاضل فلأن مربع - اد - ينقص عن مربعي
د ب - ب ا - لضعف ضرب - اب - في - ب ه - فان نصف فضل
ما بين مربعي - اد - د ب - اذا قسم على - اب - خرج - ب ه (١)
نصف فضل ما بين وتر المجموع ووتر التفاضل وحسابه ان نضرب
كل واحد من الوترين في نفسه وننقص اقل ما يجتمع من اكثرهما

(١) هنا خرم في الاصل والغالب ان يكون القطر

وتقسم نصف ما يبق على وتر المجموع فما خرج ج نلقى ضعفه من وتر
المجموع فيبقى وتر التفاضل وان كان - ب ج - وتر التفاضل معلوما
واريد معرفة - اب - وتر مجموع قوسيهما فانا نفصل - ه ز
مساويا - له ب - ونصل - د ز - فيكون - د ز - د ب
متساويان ومربع - اد - يفضل على مربعي - د ز - ز ا - لضرب
از - في - ز ب - اعني ضعف ضرب - از - في - ز ه - لكن
از - مساو - لب ج - فز ب - معلوم •

وحسابه ان نضرب كل واحد من الوتر الا قصر ووتر
التفاضل في نفسه ونجمعهما ونلقى المبلغ من مضروب الوتر الا طول
في مثله وتقسم ما بقي على وتر التفاضل فما خرج ج نزیده على وتر
التفاضل فيجتمع وتر المجموع •

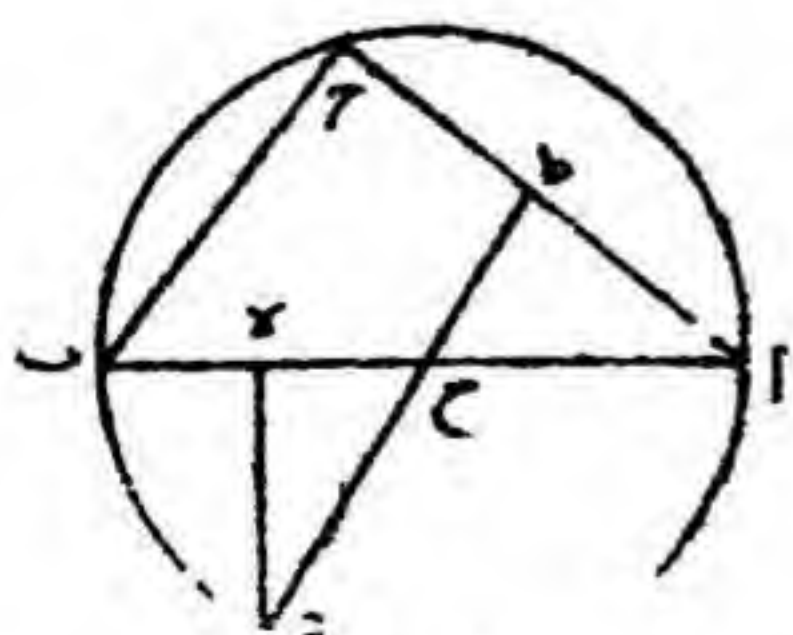
ش - ٦٨



معرفة وترتمة قوس معلومة الوتر الى نصف
الدائرة اذا كان جملة قطر الدائرة مع وتر التمة
معلومة وكل واحد منهما بافتراده مجهول

هذا راجع الى مسئلة النخلة المتقدمة فليكن - ا د - معلوم
الوتر ومجموع - ج ب - وتر تنمتها الى نصف الدائرة مع قطر - ب ا
معلوم وكل واحد من - ا ب - ب ج - با نقراده مجهول فلننصف
قوس - ا ب ج - على - د - ونزل عمود - د ه - على - ا ب
وعمود - د ح ط - على - ا ج - وقد تبين فيما تقدم ان نقطة
ح - مركز الدائرة وان - ا ط - يساوى - د ه - ونسبة - ا ه
الذى هو نصف مجموع قطر - ا ب - ووتر - ب ج - الى - د ه
المساوى لنصف - ا ج - كنسبة - د ه - الى - ه ب - على
ا ه - اجتمع القطر واذا تقصناه منه حصل الوتر

وحسابه ان نضرب الوتر المعلوم في نفسه ونقسم ما بلغ على نصف مجموع القطر ووتر قوس الوتر المعلوم فما خرج فهو الذي اذا زدناه على ذلك النصف المقسوم عليه اجتمع القطر وان نقصناه منه حصل وتر تمة قوس الوتر المعلوم • ش - ٦٩



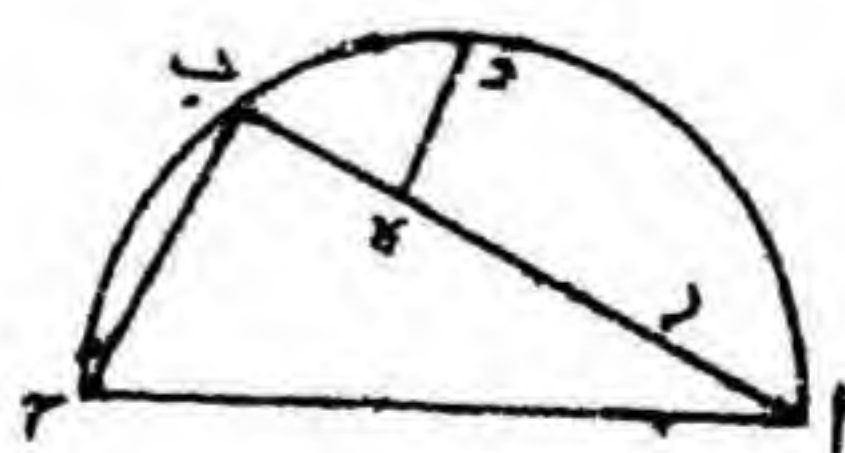
وقد استبان انه اذا كان في الدائرة المجهولة القطر و تران معلومان وكان مجموع وترى تتمى قوسيهما معلوما وقسم فضل ما بين مربعي الوترين المعلومين على مجموع وترى تتمى قوسيهما الى نصف الدائرة ثم زيد الخارج من القسمة على هذا المجموع وأخذ نصف الجملة كان وترتمة قوس اصغر الوترين المعلومين وان نقص الخارج من القسمة من هذا المجموع وأخذ نصف الباقي كان وترتمة قوس اعظم ذينك الوترين وقطر الدائرة يقوى على وتر كل قوس و وترتتمتها فهو معلوم وهذا على قياس مسئلة النخطين والطار.

معرفة وتر القوس و وتر تتمتها الى نصف الدائرة المعلومه القطر اذا كان الوتران مجموعهما معلومين وبالتفصيل مجهولين فليكن قطر - ا ج - معلوما ومجموع وترى - ا ب - ب ج - معلوم ونريد ان نعلم كل واحد منهما بانفراده فلننصف قوس ا ب ج - على - د - وننزل - د ه - على - ا ب - فلأن خط - ا ب ج المنحنى ينقسم بنصفين على - ه - بقسمين مختلفين على - ب - يكون مجموع مربعي - ا ب - ب ج - مساويا لضعف مربع - ا ه - وضعف مربع - ه ب - لكن - ا ج - يقوى على - ب - فاذا القينا من مربع ا ج - نصفه كان ما بقى مساويا لمجموع مربعي - ا ه - ه ب - إلا ان مربع - ا ه - معلوم لأن - ا ه - نصف - ا ب ج - المعلوم فاذا القيناه من ذلك الباقي بقى مربع - ه ب - ف ه ب - معلوم فان زدناه

على

على - ا ه - (١) هو نصف مجموع - اب - ب ج - اجتمع - اب -
وان نقصناه منه بقي - ب ج - وان شئنا فصلنا - ه ز - مساويا - له ب
فيبقى - از - مساويا - لب ج - فيخط - ب ز - منقسم بنصفين
على - ه - وقد زيد فيه - از - فمجموع مربعي - ب ا - از
يساوي ضعف مربعي - ب ه - ه ا - فتق القينا من مربع - ا ج
ضعف مربع - ه ب - فه ب - معلوم وهو التعديل الذي عدلنا به
الوترين، ومتى استعملنا انصاف هذه المقادير خف العمل لأن
الانصاف على نسب الاضفاف وكان حسابه ان نضرب نصف
مجموع ذينك الوترين في نفسه ونلقى ما اجتمع من نصف مضروب
القطر في مثله ونأخذ جذر ما يبقى فان اردنا اطول الوترين زدنا
هذا الجذر على نصف مجموع الوترين وان اردنا اقصرهما نقصنا
هذا الجذر من نصف مجموعهما فيحصل المطلوب •

ش - ٧٠



استخراج الاوتار

فايضاً فان مثلى - ط ك ز - - ا د ه - متشابهاً ~~وتسمى~~
وتر نصف قوس - ا ب ج - معلوم فثلث - ا د ه - معلوم الاضلاع
فيصير - ا ه - معلوما فضعفه وهو جملة - ا ب ج - معلوم فقسما
ا ب - ب ج - منه على النسبة المعلومة معلومان وهو مطلوبنا •

ذكر وتر الجزء الواحد من ثلاثمائة وستين جزءاً من الدور

فبهذه الاصول المتقدمة ينتهى بالتفاضل والتنصيف الى
ثلاثة اجزاء من محيط الدائرة المقسومة بثلاثمائة وستين جزءاً
فيتحقق وترها ثم ينكسر ما وراء ذلك •

والى الآن لم يفتح لاحد طريق الى معرفة ثلث القوس المعلومة
الوتر بالاطلاق وانما يحومون فى المطلوب حول الحق ويخطون
ما يفرسون فيه من التساهل الى اجزاء الاجزاء التى لا يستعملونها
ولاجل هذا تبقى القسمة المتفاضلة من عند الثلاثة الاجزاء او المتفاضلة
من عند الجزء والنصف او من عند الثلاثة ارباع الجزء يتفاضل
مساوئها غير معلومة الاوتار وليكن - ا د ب - قوساً معلومة
الوتر وثلثها - ب د - ولنجعل - د ج - مساوياً - لد ا - فيكون
ب ج - مساوياً - لد ب - ونجعل - ب ز - مساوياً - لب ج
ونصل - زد - فيكون ضرب - ا ب - فى - ب د - اعنى - ب ج
مساوياً للمربع - ا د •

وايضا فان - ط - منتصف - اد - و - دب - زيادة في
 قوس - اد - يكون ضرب - اب - في - دب - مع مربع
 دب - اعني - طد - مساويا للمربع - اد - اعني - طب - قلو
 امكتنا في خط - اب - زيادة بحيث اذا اخرجنا من منتصف الجملة
 عمودا كعمود - ه - كان وتر ما فصل وهو - دب - مساويا
 لتلك الزيادة لكانت تلك الزيادة هي المطلوبة فيما نحن بصددده .
 بل لو امكن اجازة خط مستقيم مماس لهذه الدائرة نلقى - ا
 ب - على - ز - وننزل العمود النازل من نقطة التماس وهي - د - على
 منتصف خط - از - لكان وجهها ما الى الطلبة فان الخط الواصل فيما
 بين - زد - مماس للدائرة من اجل ان زاوية - اب د - ضعف
 زاوية - باد - ولكن زاويتي - از - متساويتان فزاوية - ا
 ب د - المساوية لزاويتي - ب زد - ب د ز - ضعف زاوية - ب د ز
 فزاوية - ب د ز - مساوية لزاوية - ز - اعني زاوية - ا - في قطعة
 د اب - وزاوية - ب د ز - من وتر هذه القطعة ومن الخط الخارج
 من - د - فيخط - د ز - مماس للدائرة ومواز - لب ط - ولكن
 جميع ذلك متعذر .

الاحتياال لاستخراج وتر ثلث القوس المعلومة الوتر

ونحن احق بان نقتنى اثر الاسلاف فى التحمل لمعرفة
وتر ثلث القوس المعلومة الوتر لئتم به الاقتدار على تقطيع الاوتار فى
جد اول •

فليكن - اب - قوسا معلومة الوتر ونخرج من طرفيها
قطرى - اج - ب د - يتقاطعان على - ه - فيكون المركز
ويتساوى قوسا - اب - ج د - ونخرج - ج ا - على استقامته
فى جهة - ا - غير محدودة ونخرج - د ز - على موازاة - ج ا
و - ه ح - عمودا عليه ثم نخرج - ز م ط ك - اخر اجا يساوى به
ط ك - نصف قطر الدائرة •

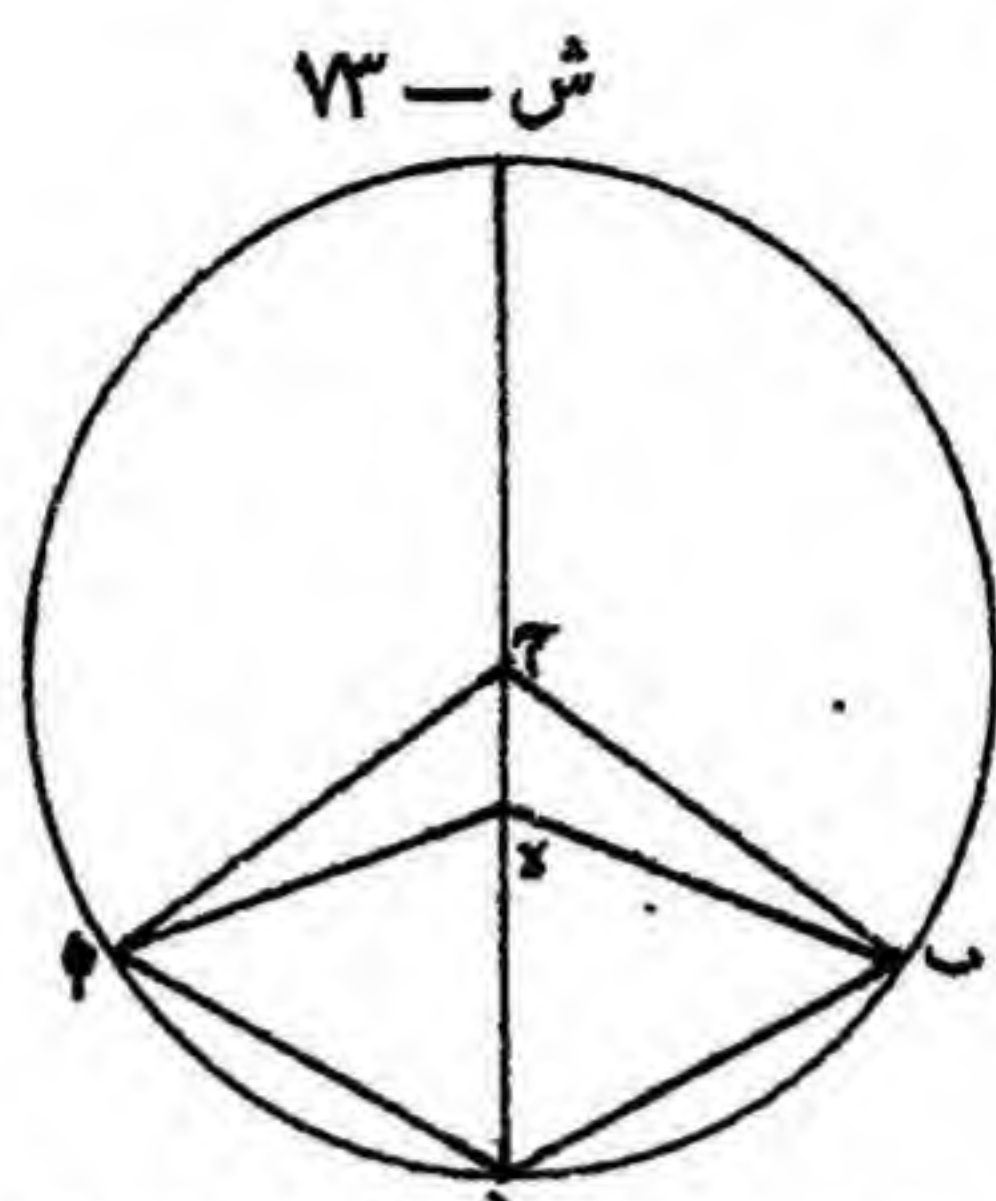
ولم يتأت ذلك بالاصول الهندسية لاحد الى زماننا هذا
واعيا الكمال استخراجا بالاحيل المقربة المنحرفة عن طريق الهندسة
كما اخرجها الكندى والقدماء بالآلة والتحريك، واستخرجها
المحدثون لخواص القطع الزائد من قطوع المخروط وما كان سيبله
كذلك فلن ينقاد فى الحساب للخروج من القوة الى الفعل •

ولنزل ان ذلك تهيأ كذلك فاذا اخرجنا - ه ع - على
موازاة هذا الخط المخرج كانت قوس - اع - نصف قوس - ع ب
برهاننا انا نصل - ه ط - فيتساوى زاويتا - ط ه ك - ط

ك هـ - كما تتساوى زاويتا - ه ط د - ه د ط - وزاوية - ه ط د
 مساوية لزاويتي - ط ه ك - ط ك ه - المتساويتين فزاوية - ه د ط
 ضعف زاوية - ط ك ه - لكن زاوية - ط ك ه - مبادلة لزاوية
 زدك - فزاوية - ه د ط - ضعف زاوية - ط د ز - وزاوية - ب د
 ز - على قوس - ز ب - وزاوية - ا ه ب - يساويها لتوازي - ه ا
 د ز - فقوسا - ا ب - از - متساويتان فاذا اخرجنا - ه ع
 موازيا - لدك - كانت زاوية - ب ه ع - الخارجة مساوية
 لزاوية ب د ك - الداخلة وتبقى زاوية - ع ه ا - المساوية لزاوية
 معلومة •

واما نسبة سطح نسبته الى ضرب - ح د - في - ز ج
 معلومة الى سطح نسبته الى ضرب - ح د - في - د ز - معلومة
 فهي كنسبة خط معلوم النسبة عند - ز ح ا - الى خط معلوم
 النسبة عند - زد - فاذن نسبة - ح د - الى خط معلوم النسبة الى
 ح ز - كنسبة خط معلوم النسبة الى - ج ز - (١) •
 المتساويتين بقيت زاوية - ج ب ه - مساوية لزاوية - ج
 ا ه - فزاويا التعاديل للخصص المتساوية في الجهتين المختلفتين
 متساوية وذلك ما اردنا ان يتضح •

(١) من هنا الى عدة صفحات اغتاش في اوراق الكتاب كما يظهر من بيان كاتب اصل
 النسخة فأمل



واذ قد تبين هذا فانا نحتاج ان نبين مقدمتين تصل
احدهما بالآخرى على انى كنت افردت للخواص التى سع (١) منهما
كتابا كافيا ولكن لا بد من اشارة اليهما واحداهما هي هذه (٢)
اذا قسم قوس بنصفين وبقسمين مختلفين ووصل بين كل
واحد من طرفيها وبين نقطتي اتقسامها فان ضرب وترى القسمين
المتساويين احدهما فى الآخر تفصل على ضرب وترى القسمين المختلفين
بمربع وترما بين نقطتي الاتقسامين •

مثال ذلك قوس - ا ج - قسم بنصفين على - د - وبقسمين
مختلفين على - ب - ووصل - اب - ب ج - اد - د ج - دب
فاقول ان ضرب - اد - فى - د ج - يفضل على ضرب - اب - فى
ب ج - بمربع - دب •

برهانه انا نخرج - د ز - موازيا - لاب - ونصل - از - زب

(١) كذا - (٢) فى هذه العبارات وما بعدها الى عدة صفحات اختلاف من مضامين
اصل الكتاب كما يظهر من بيان كاتب اصل النسخة •

فتكون قوسا - از - دب - متساويتان وتبقى قوسا - زد - دب ج
ايضا متساويتين فيكون - زب - مساويا - لد ج - ويتساوى
وتراها فلان ذا اربعة اضلاع - از دب - فى دائرة تحيط به .
ومما تبين فى المقالة الاولى من كتاب المجسطى ان ضرب
الاضلاع المتقابلة من مثله يساوى مجموعها ضرب اخذ القطرين فى
الآخر ف ضرب - اد - فى - دب - اعنى - د ج - يساوى ضرب
اب - فى - زد - اعنى - ب ج - مجموعا الى ضرب - از - فى
دب - المساويين اعنى مربع - دب - ففضل ضرب - اد - فى
دج - على ضرب - اب - فى - ب ج - هو مربع - دب - وذلك
ما اردنا ان نبين . ش - ٧٤



والمقدمة الثانية (١)

اذا عطف فى قوس من دائرة خط مستقيم فقسم القوس
بقسمين مختلفين فان العمود النازل من منتصف تلك القوس على
ذلك الخط المنعطف يقسمه بنصفين .

- مثال ذلك قوس - ا ج - قد عطف فيها خط - ا ب ج
المستقيم ثم نصف القوس على نقطة - د - وانزل منها على الخط
المنعطف عمود - د ه - اقول ان - ا ه - مساو لمجموع - ه ب
ب ج - .

برهان ذلك انا نصل - ا د - د ب - وقد تبين في المقدمة
الاولى ان ضرب - ا ب - في - ب ج - ومربع - ب د - يساوي
مربع - ا د - لكن - ا د - يقوى على - د ه - ا ه - و - ب د
يقوى على - د ه - ه ب - ف ضرب - ا ب - في - ب د - ومربعا
د ه - ه ب - يساوي مربعي - د ه - ا ه - يسقط مربع - د ه
المشترك فيبقى ضرب - ا ب - في - ب ج - ومربع - ه ب - مساويا
لمربع - ه ا - فخط - ا ب ج - اذن منقسم بنصفين على - ه
وبقسمين مختلفين على - ب - وذلك ما اردنا ان نبين .

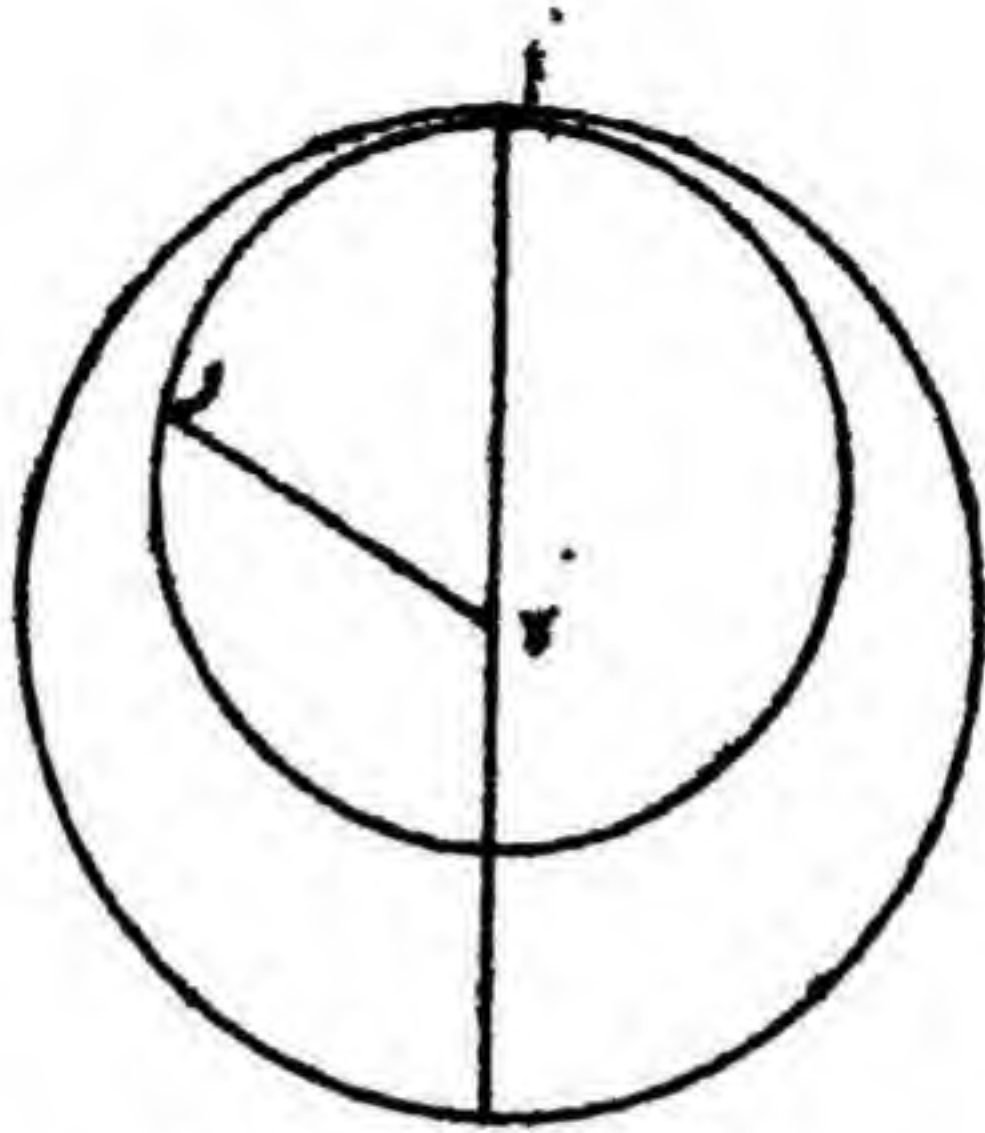
ومما سنحتاج اليه فيما يستأنف انه اذا كانت دائرتان مختلفتان
 وقسم كل واحد من قطريهما باجزاء متساوية ثم علم فضل ما بين
 قطريهما باجزاء احدها فان كل خط معلوم النسبة الى احدهما يكون
 معلوم النسبة الى الآخر.

فلنعد للمثال الفلك الخارج المركز مع الفلك الممثل ومعلوم ان
 نصف قطر كل واحد منهما مقسوم باجزاء الجيب كله وما بين
 مركزيهما وهو الاصل معلوم الاجزاء الى بها الجيب كله ولنضع
 ان خط - ه - ز - ايضا معلوم بذلك المقدار.

واقول انه ايضا معلوم بالمقدار الذي به - ا - ه - الجيب كله
 وذلك ان نسبة اعداد - ه - ز - بمقدار قطر الخارج المركز الى - ا - ه -
 على انه مجموع - ا - ج - الجيب كله و - ج - ه - الاصل كنسبة اعداد
 - ه - ز - بمقدار قطر الممثل وهو المطلوب الى - ا - ه - على انه الجيب
 كله فكل خط كان معلوما بمقدار قطر الخارج المركز فانا ان ضربناه
 في الجيب كله وقسمنا المبلغ على مجموع الجيب كله والاصل يحول الى
 مقدار قطر الممثل.

وبالعكس اذا كان معلوما بمقدار قطر الممثل فانا اذا ضربناه
 في مجموع الجيب كله والاصل وقسمنا المجتمع على الجيب كله يحول
 الى مقدار قطر الخارج المركز وذلك ما اردنا ان نبين.

ش - ٧٦

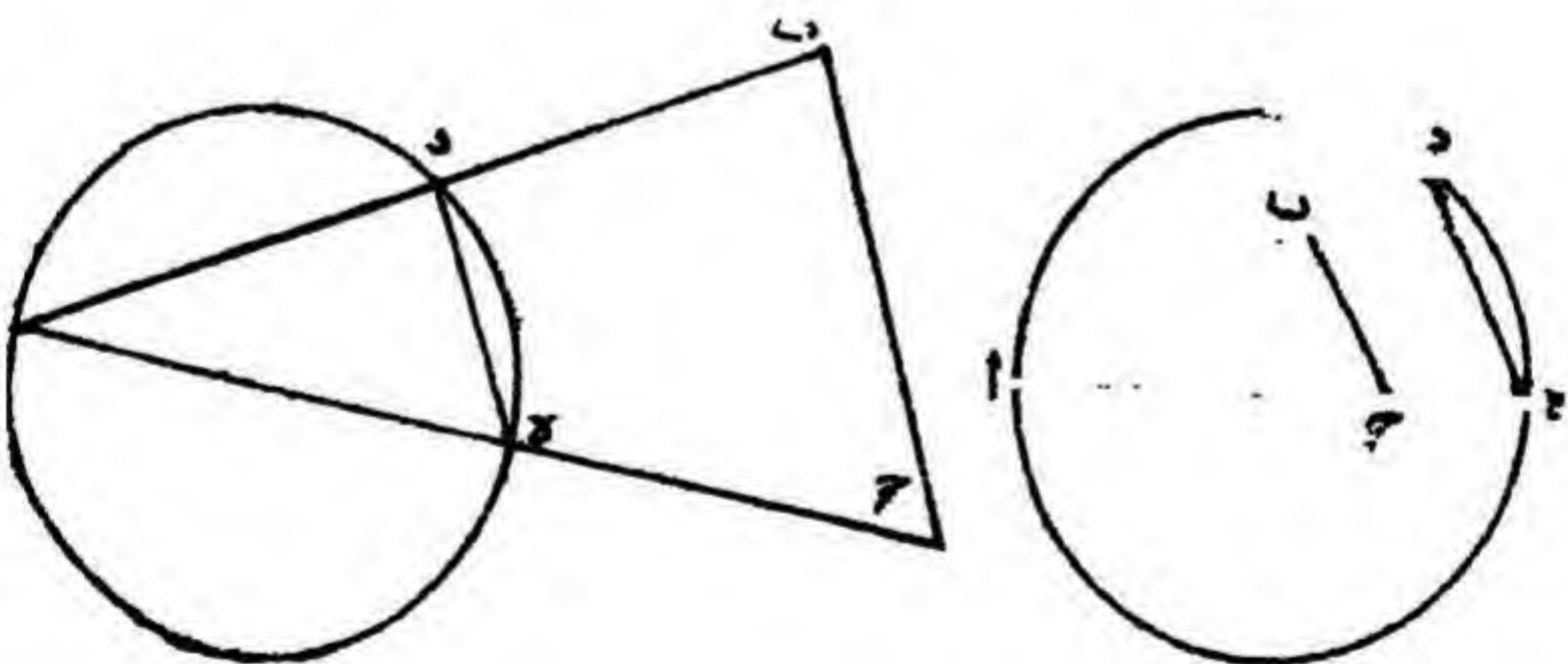


ومما نحتاج اليه ايضا انه اذا كان مثلث قائم الزاوية
وعلم منه احد اضلاعه مع زاوية واحدة سوى القائمة فان المثلث
كله يصير معلوما، وليكن ذلك المثلث في المثال مثلث - ا ب ج
قائم زاوية - ب - وليكن فيه زاوية - ب ا ج - وضع - ا ج
معلومين فنخرج - ا ج - ا ب - على استقامتهما ونفصل - ا د
مساويا لضعف اجزاء الجيب كله بالاجزاء التي بها ضلع - ا ج
معلوم وندير على قطر - ا د - دائرة - ا ه د - ونصل - ه د
فظاهران مثلثي - ا ب ج - ا ه د - متشابهان واضلاعهما النظائر
متناسبة وزاوية - ب ا ج - ان كانت معلومة بالاجزاء التي بها
الاربعة الزوايا القائمة ثلاثمائة وستون جزءا فانا نضعفها حتى يصير
بالمقدار الذي به الزاويتان القائمتان ثلاثمائة وستون جزءا لأن
الزاويتين المتساويتين اذا كانت احدهما عند المركز والاخرى عند

المحيط فالتى عند المحيط يفرز من الدائرة ضعف ما يفرز منه
 التى على المركز قوس - ه د - يكون اذن بمقدار ضعف زاوية
 ب ا ج - فوترها - ه د - معلوم - و - ه ا - اذ هو وتر تمام قوس
 ه د - الى نصف الدائرة يكون معلوما ونسبة - ه د - المعلوم
 الى - ا د المعلوم كنسبة - ب ج - المجهول الى - ا ج - المعلوم
 فب ج - اذن معلوم وكذلك نسبة - ه ا - المعلوم الى - ب ا
 المجهول كنسبة - د ا - المعلوم الى - ج ا - المعلوم - فب
 ا - ايضا معلوم فثلث - ا ب ج - كله معلوم الاضلاع وذلك
 ما اردنا ان نبين •

هذا ما كنا احتجنا الى تقديمه فلنختم به المقالة الاولى

ش - و



المقالة الثانية في تعديل الحسابات لحل التعديل

بامثلتها العديدة وهى التى مثلت عن اكثرها

وطولبت بالبرهان على صحتها او سقمها

والآن اريد ان اعد فى هذه المقالة الطرق الحسابية التى بها

يحل التعديل لنصف الفلك الخارج المركز ويقطع لاجزائه مع

امثلة لها عددية مجردة عن الصور الحسية والخطوط المساحية، وابتدى

باطولها منحدرًا الى اقصرها ومن اصعبها الى اسهلها الا ما كان منها

غير صحيح فان حقه ان لم يبلغ ان يؤخر، وسهولة الحساب وصعوبته

لا تخفى على من تحقق فصل سهولة الزيادة على النقصان والضرب

المجانس على غير المجانس والضرب المطلق على القسمة والقسمة

على التجدير •

ومن عرف ذلك علم ان تكرير الضرب عدة مرات بدلا من

تجدير مرة واحدة غير كاسب للعمل وان طال الاسهولة •

وسأرتب هذه الحسابات فى فصول يشتمل كل واحد منها

على واحد منها لتسهيل الاشارة اليها عند ايراد براهينها فى المقالة

الثالثة ان شاء الله •

الفصل الاول

فى حل التعديل لنصف الدور بحساب انتجه الخاطلى

اذا اردنا ان نقطع التعديل لاجزاء نصف الفلك الخارج

المركز أخذنا جيب التعديل الاعظم وصيرناه اصلا لجميع الاعمال وجعلنا كل واحد من الحصص وتامها جيبا فان كانت اقل من تسعين جزءا زدنا جيب تمامها على الاصل فيجتمع الجامع وان كانت اكثر من تسعين جزءا أخذنا فضل ما بين الاصل وبين جيب تمام الحصص فتكون الفضلة فنضرب اياها حصل من الجامع او الفضلة في نفسه ونضيفه الى مضروب جيب الحصص في نفسه ونحفظ ما اجتمع ثم نأخذ جذر هذا المجتمع فيكون القطر ونجمع المحفوظ الى مضروب الاصل في نفسه ونأخذ الفضل بين ما حصل وبين مضروب الجيب كله في نفسه ونقسم نصفه على القطر فما خرج نقص مضروبه في نفسه من مضروب الاصل في نفسه ونأخذ جذر ما يبق فيكون جيب التعديل لتلك الحصص وهذا للقسم الاول والثالث والخامس التي اشترطنا اختلاف احوالها في المقالة الاولى .

فاما الرابع فهو متروك فيما يجيء من الاعمال فيما بعد لما تقدم ذكره .

واما الثاني فانا نجمع له مضروب الجيب كله في نفسه الى مضرب الاصل في نفسه ونأخذ جذر المجتمع فيكون القطر ثم نضرب الجيب كله في الاصل ونقسم المبلغ على القطر فيخرج جيب التعديل . وهذا مثال بعض اوضاعه للحصص المفروضة ثلاثون جزءا وجيبها - ل ه - وجيب تمامها - ن ا ب ح - والتعديل الاعظم

اب ط - وجيبه - ب ه - وهو الاصل فلأن الحصة اقل من الربع
 زدنا جيب تمام الحصة على الاصل فاجتمع - ن د ج - وهو الجامع
 ضربناه في نفسه فبلغ ^{ثواني} (١٠٥١٧٠٤٩) وضربنا جيب الحصة في نفسه فبلغ
^{ثواني} (٣٢٤٠٠٠٠) جمعناهما فحصل ^{ثواني} (١٣٧٥٧٠٤٩) وهو المحفوظ واخذنا
 جذره فكان ^{دقائق} (٣٧٠٩) وهو القطر ثم ضربنا الاصل في نفسه فبلغ
^{ثواني} (١٥٦٢٥) وزدناها على المحفوظ فكان ^{ثواني} (١٣٧٧٣٦٧٤) اسقطنا من ذلك
 مضروب الجيب كله في نفسه وهو ^{ثواني} (١٢٩٦٠٠٠٠) فبقى ^{ثواني} (٨١٢٦٧٤)
 نصفناها فكانت ^{ثواني} (٤٠٦٣٣٧) قسمناها على القطر فخرج ^{دقائق} (١١٠)
 ضربناها في نفسها فبلغت ^{ثوانك} (١٢١٠٠) والقيناها من مضروب الاصل
 في نفسه فبقى ^{ثواني} (٣٠٢٥) اخذنا جذر هذا الباقي فكان - ه ب ط - وهو
 جيب التعديل قوسناه في جد اول الجيوب فكان قوسه - ه ن وى ط
 وهو تعديل الحصة المفروضة في اول المثال .

الفصل الثاني

في حل التعديل بحساب سنح لى من

خواص الخط المنعطف في قوس من دائرة

نستخرج الجامع او الفضلة بمثل ما تقدم ذكره في الفصل

الاول ونضربه في نفسه ونجمعه الى مضروب جيب الحصة في نفسه

ونأخذ جذر الجملة فيكون القطر ثم نلقى مضروب الاصل في نفسه

من مضروب الجيب كله في نفسه ونقسم ما بقي على القطر ونلقى ما خرج لنا من القطر ثم نتصف الباقي ونضربه في نفسه ونلقى ما اجتمع من مضروب الاصل في نفسه وتأخذ جذر ما يبقى فيكون جيب التعديل •

مثال ذلك بالحصه الاولى المفروضة القينا مضروب الاصل في نفسه من مضروب الجيب كله في نفسه فبقى (١٢٩٤٤٣٧٥) ^{ثواني} قسمنا ذلك على القطر فخرج (٣٤٩٠) ^{دقائق} القيناها من القطر فبقى (٢١٩) ^{دقائق} نصفنا هذا الثاني فكان (١١٠) ^{دقائق} والقينا مضروبها في نفسها من مضروب الاصل في نفسه فبقى (٣٥٢٥) ^{ثواني} جذر ذلك -- هن ط -- وهو جيب التعديل المطلوب •

الفصل الثالث

في حل التعديل بحساب اورده محمد بن جابر البستاني في زيجيه وذكره ايضا محمد بن عبد العزيز الهاشمي في موضعين من كتاب تعليله لزيج الخوارزمي مجردا من البرهان زاعما في احدهما انه عمل التعديل على مذهب السند - هند

نضرب جيب الحصه في الاصل ونقسم المجتمع على الجيب كله فيخرج الضلع ونضرب جيب تمام الحصه في الاصل ونقسم المجتمع على الجيب كله فما خرج زيده على الجيب كله ان كانت الحصه اقل من تسعين فيكون الجيب الزايد او ننقصه من الجيب كله ان كانت

الحصة اكثر من تسعين جزءا فيكون الجيب الناقص ثم نضرب
ايهما حصل من الزايد او الناقص في نفسه ونزيد على ما بلغ
مضروب الضلع في نفسه ونأخذ جذر الجملة فيكون القطر ثم
نضرب الضلع في الجيب كله ونقسم المبلغ على القطر فيخرج جيب
التعديل .

واما في القسم الثاني فانا تريد مضروب الاصل في نفسه على
مضروب الجيب كله في نفسه ونأخذ جذر الجملة فيكون القطر ثم
نضرب الاصل في الجيب كله ونقسم ما بلغ على القطر فيخرج جيب
التعديل .

مثال ذلك للحصة المفروضة ضربنا جيب الحصة في الاصل
فبلغ (٢٢٥٠٠٠) ^{نواني} قسمنا ذلك على الجيب كله فخرج (٦٣) ^{دقائق} وهو الضلع
وضربنا جيب تمام الحصة في الاصل فاجتمع (٣٨٩٧٥٠) ^{نواني} قسمنا ذلك
على الجيب كله فخرج (١٠٨) ^{دقائق} زدناه على الجيب كله فكان - س ا م ح
وهو الجيب الزايد ضربناه في نفسه فبلغ (١٣٧٤٩٢٦٤) ^{نواني} وضربنا
الضلع في نفسه فبلغ (٣٩٦٩) ^{ثوان} جمعناهما فحصل (١٣٧٥٣٢٣٣) ^{نواني} فجذر
ذلك (٣٧٠٨) ^{دقائق} وهو القطر ثم ضربنا الضلع في الجيب كله فبلغ (٢٢٦٨٠٠) ^{نواني}
وقسمنا ذلك على القطر فخرج (٩١) وهو جيب التعديل قوسناه
فكان - ه ن ح ب ه - وهو التعديل المطلوب .

الفصل الرابع

في حل التعديل بحساب اورده محمد بن ابراهيم الفزارى في
زيج السند - هند الكثير .

قال نضرب جيب الحصه في خمسى الاصل وتقسم المبلغ على
ستين فيخرج الضلع ونضرب جيب تمام الحصه في خمسى الاصل
وتقسم المجتمع على ستين فما خرج زريده على الجيب كله ان كانت
الحصه اقل من الربع فيكون الجيب الزايد وتنقصه من الجيب كله
فيكون الجيب الناقص: ولما حصل له الضلع والجيب الزايد والناقص
اجرى العمل على مثل ما حكيناه عن البستانى والهاشمى حذو
القذة بالقذة لم يغير شيئا فلذلك احلنا الباقي على ما تقدم هناك .

مثال ذلك للحصه المفروضة لما كان عددا جزاء الجيب عند
الهند مثلى ونصف عدد الستين كان جيب الحصه المفروضة - ع ه
وجيب تمامها - ق ك ط ن ه - والاصل - ه ب ج - وخمساه
ب ه - ومضروب جيب الحصه في خمسى الاصل (٩٣٧٥) ^{نوالك} قسمناه
على ستين فخرج - ب ل و - وهو الضلع ومضروب جيب تمام
الحصه في خمسى الاصل ^{روابع} (٩٧٤٣٧٥) قسمناه على ستين فخرج - دل ا
زدناه على الجيب كله فبلغ - ق ن دل ا - وهو الجيب الزايد
ومتى ما نقل ما حصل له من الضلع والجيب الزايد من الاجزاء
الهندية الى الاجزاء الستينية بان يؤخذ خمسا كل واحد منهما كان

الضلع (٦٣) ^{دقائق} والجيب الزائد - س ا م ح - كما كانا في العمل المتقدم
واذا اتفقا في ذلك حرنا (١) فيما بعده على امر واحد اتفقت نتيجتهما
على آخر العمل •

الفصل الخامس

في حل التعديل بالحساب الذي يقتضيه كتاب المجسطى
والذي في المقالة الثالثة من كتاب المجسطى شبيه بما حكىته
عن البستاني الا انه يستعمل فيه الاوتار بدل الجيوب وهو ان يؤخذ
وترضعف الحصة ووتر تمام ضعفها الى نصف الدائرة ونضرب كل
واحد منهما في الاصل ونقسم كل واحد من المبلغين على حدة على ضعف
الجيب كله ، فاما الذي يخرج من وترضعف الحصة فانا نحفظه ، واما
الذي يخرج من وتر تمام ضعف الحصة فانا نزيده على الجيب كله اذا
كانت الحصة اقل من الربع ثم نجمع مضروب الحاصل في نفسه
الى مضروب المحفوظ في نفسه ونأخذ جذر المجتمع فيكون القطر ثم
نضرب المحفوظ في الجيب كله ونقسم المبلغ على القطر فيخرج
نصف وترضعف التعديل •

مثال ذلك ضعف الحصة - س - وتره - س - (٢) ضعف
تمام الحصة - ق ك - ووتره - ف ج ن ه - ضربنا وتر الحصة في الاصل
فبلغ (٥٠٠٠٠) ^{نواني} قسمنا ذلك على الجيب كله ^{دقائق} فيخرج (٦٣) حفظناه ثم

ضربناه في نفسه فاجتمع ^{نواني} (٣٩٦٩) مضروب وترضعف تمام الحصاة في
الاصل ^{نواني} (٧٧٤٣٧٥) قسمنا ذلك على ضعف الجيب كله فخرج ^{دقائق} (١٠٨)
زدناه على الجيب كله فاجتمع الجيب الزائد - س ا - ح م جمعنا
مضروب ذلك في نفسه الى مضروب المحفوظ في نفسه وأخذنا جذر
ذلك فكان ^{دقائق} (٣٧٠٨) وهو القطر ثم ضربنا المحفوظ في الجيب كله فبلغ
^{نواني} (٢٢٦٨٠٠) وقسمنا المجتمع على القطر فخرج - ا ا - وهو جيب
التعديل قوسناه فكان - ه ن ح ي ه - وهو التعديل المطلوب .

الفصل السادس

في حل التعديل بحساب استخراجته

نحصل الجامع او الفضلة ونضربه في نفسه ونجمعه الى مضروب
جيب الحصاة في نفسه ونحفظ الجملة ثم نضرب هذا المحفوظ في مضروب
الحصاة ونقسم المبلغ على المحفوظ ثم نضرب الخارج من القسمة في
الجيب كله ونقسم المجتمع على مجموع الجيب كله والاصل فيخرج
جيب زاوية الرؤية وفصل ما بينها وبين زاوية الحصاة هو التعديل .
مثال ذلك للحصاة المفروضة ضربنا كل واحد من الجامع

وجيب الحصاة في نفسه على حدة وجمعناهما فبلغ ^{نواني} (١٣٧٥٧٠٤٩)
وهو المحفوظ ثم ضربنا مجموع الجيب كله والاصل في نفسه

فبلغ ^{نواني} (١٣٨٧٥٦٢٥) وضربنا هذا المبلغ في المحفوظ فاجتمع

^{رواج} (٦٩٠٨٧٦٥٣٠٣٠٦٢٥) جذر ذلك ^{نواني} (١٣٨١٦٢١٠) ضربنا هذا
 الجذر في جيب الحصة فبلغ ^{رواج} (٢٤٨٦٩١٧٨٠٠٠) قسمنا ذلك على
 المحفوظ فنخرج ^{نواني} (١٨٠٨) ضربنا هذا الخارج في الجيب كله فاجتمع
^{نواك} (٦٥٠٨٨٠٠) قسمنا ذلك على مجموع الاصل والجيب كله فنخرج
^{دقائق} (١٧٤٧) وهو جيب زاوية الرؤية قوسناه فكانت - ك ط ب
 وفصل ما بينها وبين الحصة - ه ب ج - وهو جيب التعديل .

الفصل السابع

في حل التعديل بحساب اتجاهه الى

نضرب جيب الحصة في الاصل ونقسم المجتمع اما اذا كانت
 الحصة اقل من الربع فعلى الجامع واذا كانت اكثر من الربع فعلى
 الفضيلة فما خرج ضربناه في نفسه وحفظناه ثم ضربنا المحفوظ في
 مضروب الاصل في نفسه وقسمنا المجتمع على مجموع مضروب الاصل
 في نفسه الى المحفوظ فيخرج جيب التعديل .

واما في القسم الثاني فانا نضرب الاصل في نفسه والجيب
 كله في نفسه ونقسم على مجموع هذين المضروبين مضروب احدهما
 في الآخر فيخرج جيب التعديل .

مثال ذلك للحصة المفروضة قسمنا مضروب جيب الحصة في

الاصل على الجامع فنخرج ^{دقائق} (٦٩) ضربنا ذلك في نفسه فكان ^{نواني} (٤٧٦١)

حفظناه وضربنا هذا المحفوظ في مضروب الاصل في نفسه فبلغ
 (٧٤٣٩٠٦٢٥) ^{دوابع} قسمنا ذلك على مجموع مضروب الاصل في نفسه الى
 المحفوظ وهو (٢٥٣٨٦) ^{نواني} فخرج (٣٦٤٩) ^{نواني} وهو جيب التعديل
 قوسناه فكان - ا ه م ط - وهو التعديل المطلوب .

الفصل الثامن

في حل التعديل بحساب تهيأ الى استخراج

نستخرج الجامع او الفضلة على حسب ما تقتضيه الشريطة المكرر
 ذكرها ونضربه في نفسه وجيب الحصة في نفسه ونجمعها ونحفظ
 الجملة ثم نضرب مجموع الجيب كله والاصل في نفسه ونضرب ما بلغ
 في مضروب جيب الحصة في نفسه ونقسم المجتمع على المحفوظ
 فما خرج من القسمة نأخذ جذره ونضربه في الجيب كله ونقسم
 المبلغ على مجموع الجيب كله والاصل فيخرج جيب زاوية الرؤية
 وفصل ما بينها وبين زاوية الحصة هو التعديل .

مثال ذلك للحصة المفروضة بمجموع مضروب كل واحد من
 الجامع وجيب الحصة في نفسه (١٣٧٥٧٠٤٩) ^{نواني} وهو المحفوظ ومضروب
 مجموع الجيب كله والاصل في نفسه (١٣٨٧٥٦٢٥) ^{نواني} ضربنا ذلك في
 مضروب جيب الحصة في نفسه فاجتمع (١٢٤٨٨٠٦٢٥٠٠) ^{نواني} قسمناه على
 المحفوظ فخرج (٥٤٤٦٥) ^{دقائق} ضربناه في الجيب كله فبلغ (٦٥٠٥٢٠٠) ^{نواني}
 قسمناه على مجموع الجيب كله والاصل وهو (٣٧٢٥) ^{دقائق} فخرج

دقائق (١٧٤٦) وهو جيب زاوية الرؤية قوسناه فكان - ك ط ا - وفصل ما بينها وبين الحصة - ه ن ط - وهو التعديل المطلوب •

الفصل التاسع

في حل التعديل بحساب ادتنى اليه الفكرة

نلقى الحصة من مائة وثمانين ونصف ما يبقى فجعله جيبا ونضعف ذلك الجيب فيصير وترا ونضربه في نفسه ونحفظ المبلغ فان كانت الحصة اقل من الربع ضربنا فضل ما بين الجيب كله وبين الاصل وهو كمال الاصل في نفسه واضعفنا ضرب الجامع في كمال الاصل وتقصنا كل ذلك من المحفوظ وان كانت تسعين جزءا فانا نضرب كمال الاصل في نفسه ونضعف ضرب كمال الاصل في الاصل ثم ننقص ذلك من المحفوظ وان كانت اكثر من تسعين فانا نضرب كمال الاصل في نفسه ونضعف ضرب هذا الكمال في الفضلة ونلقى جميع ذلك من المحفوظ ثم نأخذ جذر الحاصل في جميع هذه الاقسام فيكون القطر ثم نضع الجيب كله في موضعين وننقص الاصل من احدهما وتزيده على الآخر ونضرب المزيده عليه في المنقوص منه ونقسم المجتمع على القطر فما خرج تزيده على القطر وننصف المبلغ فيكون جيب تمام التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة وتر تمام الحصة الى نصف الدائرة

فيه - نه - مضروب هذا الوتر في نفسه (٤٩٣٧٢٠٢٥) ^{ثواني} وهو المحفوظ •

كمال الاصل (٣٤٧٥) مضروبه في نفسه ^{دقائق} (١٢٠٧٥٦٢٥) ^{نواني} ضعف
 مضروب الجامع في كمال الاصل (٢٢٥٣٨٥٠) ^{نواني} جمعنا هذا الضعف الى
 مضروب كمال الاصل في نفسه فاجتمع ^{نواني} (٣٤٦١٤٤٧٥) القينا ذلك من
 المحفوظ فبقى ^{نواني} (١٣٧٥٧٥٥٠) أخذنا جذره فكان ^{دقائق} (٣٧٠٩) نقصنا الاصل
 من الجيب كله فبقى ^{دقائق} (٣٤٧٥) زدناه عليه فبلغ ^{دقائق} (٣٧٢٥) ضربنا الزايد
 في الناقص فاجتمع ^{نواني} (١٢٩٤٤٣٧٥) قسمنا ذلك على القطر فخرج
 زدناه ذلك على القطر ونصفنا المبلغ فحصل ^{نواني} (٢١٥٩٦٩)
 وذلك جيب تمام التعديل قوسناه فكانت - ن ط ب - نقصناها من
 تسعين فبقى - ه ن ح - وهو التعديل المطلوب *

الفصل العاشر

في حل التعديل بحساب اورداه ابوداؤد سليمان بن عصمة
 في زيجه الذي عمله للنيرين *

قال نضرب الجيب كله في نفسه ونضرب الاصل في نفسه
 ونجمع الجمله ثم نضرب الاصل في ضعف جيب تمام الحصة ونزيده
 على الجمله ان كانت الحصة اقل من الربع فاما ان كانت اكثر منه
 فانا نضرب الاصل في ضعف الفضلة ونجمع ما بلغ الى مضروب
 الاصل في نفسه وننقص الجمله من مضروب الجيب كله في نفسه ثم
 نأخذ جذر ما حصل فيكون القطر ثم نضرب جيب الحصة في مجموع
 الجيب

الجيب كله والاصل وتقسم ما اجتمع على القطر فيخرج زعم جيب زاوية الرؤية وفصل ما بينها وبين زاوية الحصاة هو التعديل .

وليس ذلك كذلك فانه جيب زاوية الرؤية مقدرا بالاجراء التي بها قطر الفلك الخارج المركز الجيب كله .

ويجب ان نحول الى اجزاء قطر الفلك المثل بان نضرب في الجيب كله وتقسم المجتمع على مجموع الجيب كله والاصل فيخرج حيث جيب زاوية الرؤية الى الفصل بينها وبين زاوية الحصاة يكون التعديل بالحقيقة .

مثال ذلك للحصاة المفروضة جمعنا مضروب الجيب كله في نفسه ومضروب الاصل في نفسه فبلغ ^{نواني} (١٢٩٧٥٦٢٥) وضربنا الاصل في ضعف جيب تمام الحصاة فاجتمع ^{نواني} (٧٧٩٥٠٠) جمعنا ههما وكان ^{نواني} (١٣٧٥٥١٢٥) أخذنا جذر ذلك فكان ^{دقائق} (٣٧٠٧) وهو القطر ثم ضربنا جيب الحصاة في مجموع الجيب كله والاصل فبلغ ^{نواني} (١١١٧٥٠) قسمناه على القطر فخرج - ل ح - وهو يزعم صاحب العمل جيب زاوية الرؤية وليس هو ملاذكره .

ولكننا ضربنا هذا الذي خرج من القسمة في الجيب كله فبلغ ^{نواني} (٦٥٠٨٨٠٠) وقسمنا ذلك على مجموع الجيب كله والاصل فخرج ^{دقائق} (١٧٤٧) وذلك بالحقيقة جيب زاوية الرؤية قوسناه فكانت ل ط ب - الفصل بينها وبين الحصاة - ه ن ح - وهو التعديل

الفصل الحادى عشر

فى حل التعديل بحساب كان اتفق لى استخراج

نضرب الجامع فى نفسه ان كانت الحصة اقل من الربع والاصل
فى نفسه ان كانت ربعا تا ما او الفضلة فى نفسها ان كانت الحصة
اكثر من الربع ونزيد على ما اجتمع مضروب جيب الحصة فى نفسه
ونأخذ جذر الجملة فيكون القطر ثم نضرب جيب الحصة فى الاصل
ونقسم ما بلغ على القطر فيخرج جيب التعديل *

مثال ذلك للحصة المفروضة بمجموع مضروب كل واحد من
الجامع وجيب الحصة على حدة فى نفسه (١٣٧٥٧٠٤٩) جذر ذلك
دقائق (٣٧٠٩) وهو القطر قسمنا على هذا القطر مضروب جيب الحصة
فى الاصل وهو (٢٢٥٠٠٠) فخرج (١١) وهو جيب التعديل قوسناه
فكانت - ه ن ح ي ه - وهو التعديل المطلوب *

الفصل الثانى عشر

فى حل التعديل بحساب اورده ابو العباس الفرغانى فى تعليقه

لزيج محمد بن موسى الخوارزمى *

قال نضرب جيب الحصة فى الاصل ونقسم المجتمع على الجيب
كله فماخرج نلقيه من الاصل ثم نزيد الباقي على الجيب كله ان كانت
الحصة اقل من الربع فيجتمع الجيب الزايد ونقصه منه ان كانت

اكثر

اكثر فيحصل الجيب الناقص ثم يضرب ايها حاصل في نفسه ونضرب
الضلع في نفسه ونجمعها وتأخذ جذر الجملة فيكون القطر ثم نضرب
الضلع في الجيب كله ونقسم المبلغ على القطر فيخرج جيب التعديل •
مثال ذلك للحصة المفروضة قسمنا مضروب جيب الحصة

في الاصل على الجيب كله نخرج ^{دقائق} (٦٣) سهم ضعف الحصة - ح ب
مضروبه في الاصل ^{نواني} (٦٠٢٥٠) قسمنا ذلك على الجيب كله نخرج
(١٧) ^{دقائق} القينا ذلك من الاصل فبقى ^{دقائق} (١٠٨) زدنا هذا الباقي على الجيب
كله فبلغ - س ا م ح - وهو الجيب الزايد ضربناه في نفسه فبلغ
^{نواني} (١٣٧٤٩٢٦٤) وضربنا الضلع في نفسه فبلغ ^{نواني} (٣٩٦٩) جمعنا هما فكان
^{نواني} (١٣٧٥٣٢٣٣) جذر ذلك ^{دقائق} (٣٧٠٨) وهو القطر ثم قسمنا مضروب
الضلع في الجيب كله وهو ^{نواني} (٢٢٦٨٠٠) على القطر نخرج (١١) وهو
جيب التعديل قوسناه فكانت - ه ن ح ي ه - وهو التعديل
المطلوب •

الفصل الثالث عشر

في حل التعديل بحساب مختصر تضمنته رسالة مجهولة فضرب
عليها واظنها لاحد المرين (١) الفاضلين سليمان بن عصمة او ابى جعفر
الخازن •

قال نضرب الاصل في نفسه ونضرب الجيب كله في نفسه

ونجمعهما فان كانت الحصّة اقل من الربع زدنا ضعف ضرب جيب تمام الحصّة في الاصل على المجموع وان كانت اكثر من الربع ننقصه منه ونأخذ جذر الحاصل فيكون القطر ثم نضرب جيب الحصّة في الاصل ونقسم المبلغ على القطر فيخرج جيب التعديل •

مثال ذلك للحصّة المفروضة بمجموع مضروب كل واحد من

الاصل والجيب كله في نفسه (١٢٩٧٥٦٢٥) ^{ثواني} وضعف ضرب جيب

تمام الحصّة في الاصل (٧٧٩٥٠٠) ^{ثواني} جمعناهما فبلغ (١٣٧٥٥١٢٥) ^{ثواني} جذر ذلك

(٣٧٠٨) ^{دقائق} وهو القطر ثم ضربنا الاصل في الجيب كله فاجتمع (٢٢٥٠٠٠) ^{ثواني}

قسمناه على القطر فخرج (١١) وهو جيب التعديل قوسناه فكانت

هـ ن ح ي هـ - وهو التعديل المطلوب •

الفصل الرابع عشر

في حل التعديل بحساب اتفقلى

نضرب جيب الحصّة في الجيب كله ونقسم المجتمع على الجامع او الفضلة ايها حصل من الشريطة فنخرج ظل زاوية الرؤية وفضل ما بينها وبين زاوية الحصّة هو التعديل •

• مثال ذلك للحصّة المفروضة ضربنا جيب الحصّة في الجيب كله

فبلغ (٦٤٨٠٠٠٠) ^{ثواني} قسمنا ذلك على الجامع فنخرج (١٩٩٨) ^{ثواني} وهو ظل

زاوية الرؤية وقوسها - ك ط ب - وفصل ما بينهما وبين الحصّة

ه ن ح - وهو التعديل المطلوب •

الفصل الخامس عشر

في حل التعديل بحساب اورده حبش في زيجه

نضرب جيب تمام الحصة في الاصل و تقسم المجتمع على الجيب كله فما خرج ننظر فان كانت الحصة اقل من الربع نزيده على الجيب كله فيجتمع الجيب الزائد وان كانت اكثر من الربع ننقصه منه فيبقى الجيب الناقص ثم نضرب جيب الحصة في الاصل و تقسم المبلغ على الجيب الزائد او الناقص ايهما كان حاصله بالشريطة فيخرج ظل التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة ضربنا جيب تمام الحصة في الاصل فاجتمع ^{نواني} (٣٨٩٧٥٠) قسمنا ذلك على الجيب كله فخرج ^{دقائق} (١٠٨) زدناه على الجيب كله فاجتمع الجيب الزائد - س ا م ح - قسمناه عليه مضروب جيب الحصة في الاصل فخرج (١١) وهو ظل التعديل قوسه - ه ن ح - وهو التعديل المطلوب •

الفصل السادس عشر

في الطرق الحادثة عن نهج الصواب مما ذكره اصحاب الزيجات وغيرهم في حل التعديل •

واولها طريق محمد بن موسى الخوارزمي فانه سلك في حل

التعديل طريقا اذى الى وضع غاية التعديل بازاء ربع الفلك
الخارج المركز وقد ينال في المقابلة الاولى ان اعظم زوايا التعاديل
يقع بازاء الربع من الفلك الممثل لا الخارج المركز .

واذ ليس علمه على طريق الصواب فقد اختلفت ظنون
المعلمين له واعتقد فيه انه هو ما ذكره عمر بن الفرخان الطبرى في
كتاب العلل ، ان حل التعديل بالجيوب ان نضرب جيب الحصة
في الاصل ونقسم المجتمع على الجيب كله فيخرج جيب التعديل .

مثال ذلك للحصة المفروضة مضروب جيب الحصة في الاصل
توانى (٢٢٥٠٠٠) قسمناه على الجيب كله فخرج - ا ب ل - وهو جيب
التعديل قوسناه فكانت - ه ن ط م ا - وهو التعديل .

قال عمر بن الفرخان فاما حله بالميل فان نضرب ميل الحصة
في مائة واربعة وثلاثين ابدا ونقسم ما اجتمع الف واربعمئة واحد
وثلاثون فيخرج التعديل .

مثال ذلك للحصة المفروضة ميل الحصة - ي ا م - ضربناه
في (١٣٤) فاجتمع (٩٣٨٠٠) ^{توانى} قسمنا ذلك على (١٤٣١) فخرج
ا و - وهو التعديل .

وقد اشار بعض من حام حول تعليل عمل الخوارزمي هذا الى
انه ضرب قوس الاصل اعنى التعديل الاعظم بالمقدار الذى وضعه في
جدول الميل فخرج له مقدار وضعه اصلا محفوظا للعمل ثم ضربه في

ميل الحصة وقسم المجتمع على ستين فخرج له التعديل •
 مثال ذلك للحصة المفروضة مضروب قوس الاصل الموضوع
 في زيج الخوارزمي في ستين (٨٠٤٠) ^{دقائق} قسمناه على الميل الاعظم على
 انه - ك ح ن ا - فخرج - ه ل ز و - ضربنا ذلك في ميل الحصة
 فاجتمع (٣٣٥٩٠٠) ^{ثواني} قسمنا على ستين فخرج - ا ه ل - وهو التعديل
 وذكر الفزارى في زيج السند - هند - ان حل التعديل هو
 ان نجعل الحصة جيبا بکرد جات السند - هند - ان (١) ونضرب
 في مائة وخمسة ونقسم على الفين وستمائة وستة عشر فيخرج التعديل
 زعم •

مثال ذلك للحصة المفروضة جيب الحصة بکرد جات السند
 هند (١٦٣٥) ضربناه في (١٠٥) فبلغ (١٧١٦٧٥) قسمنا ذلك على
 (٢٦١٦) فخرج - ا ه ل ز - وهو التعديل المطلوب •
 واذا قد اتينا على جميع ما كانت اجتمع عندنا من الطرق
 الحسابية في المعنى الذى قصدناه •

فلنختم المقالة الثانية

المقالة الثالثة في ذكر البراهين الهندسية

على الطرق الحسابية في حل التعديل

واريد في هذه المقالة اقامة البرهان على ما تقدم من طرق

الحسابات بالخطوط المساحية في فصول مساوية العدة للفصول
التي في المقالة الثانية وكل واحد منها على موازاة سمية حتى اذا
اجتمع السميان من كليتهما قام البرهان على الدعوى في الحساب
ان شاء الله .

الفصل الاول

في برهان لي على الحساب الذي اتجه الخاطر لي

ندير للفلك الخارج المركز دائرة على مركز - ج - وليكن
الاوج فيها نقطة - ا - ونخط قطر - ا د ج - فيمر على مركز الفلك
الممثل ولتكن نقطة - ه - فيكون - ج ه - هو بعد ما بين المركزين
المساوي لجيب التعديل الاعظم وقد سمينا ه في فصول الحسابات اصلا
ولتكن الحصاة اعني بعد ما بين الاوج وبين جرم الشمس هي قوس
ا ب - ونخرج عمود - ب ل - على قطر - ا ج د - فيكون جيب
الحصاة - و ب ج - جيب تمامها وزاوية - ا ج ب - زاوية الحصاة
ونصل - ب ه - فيكون الخط المقوم للشمس في هذه الحصاة المفروضة
وزاوية - ا ه ب - زاوية الرؤية وزاوية - ح ب ه - فصل ما بينهما
وهي بمقدار التعديل المطلوب من اجل انا اذا اخرجنا خط - ح ك
موازيا - له ب - فان زاوية - ا ج ك - الخارجة تساوي حينئذ
زاوية - ا ه ب - الداخلة فيكون فصل ما بين زاويتي - ا ج ك
ا ج ب - هو زاوية - ك ج ب - لكنها مساوية لزاوية - ج ب ه
للتبادل

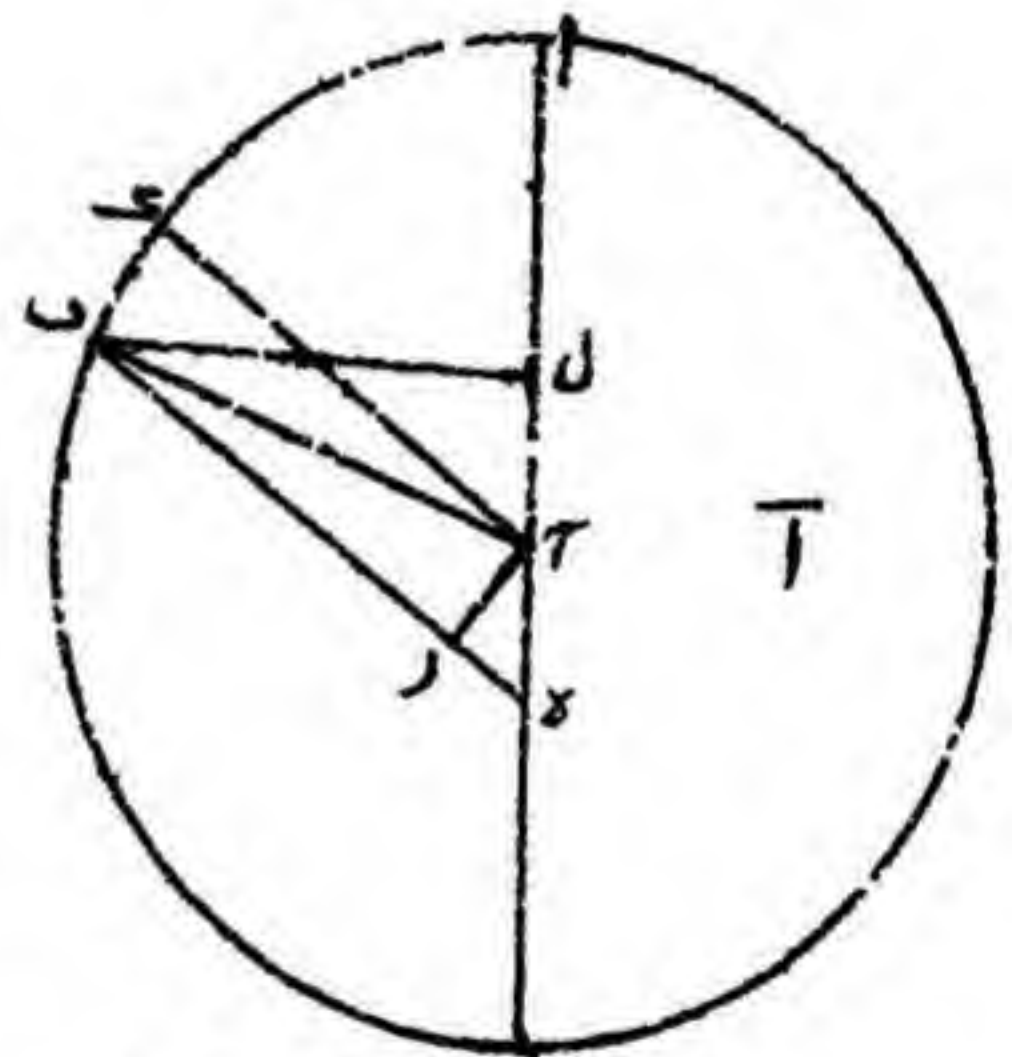
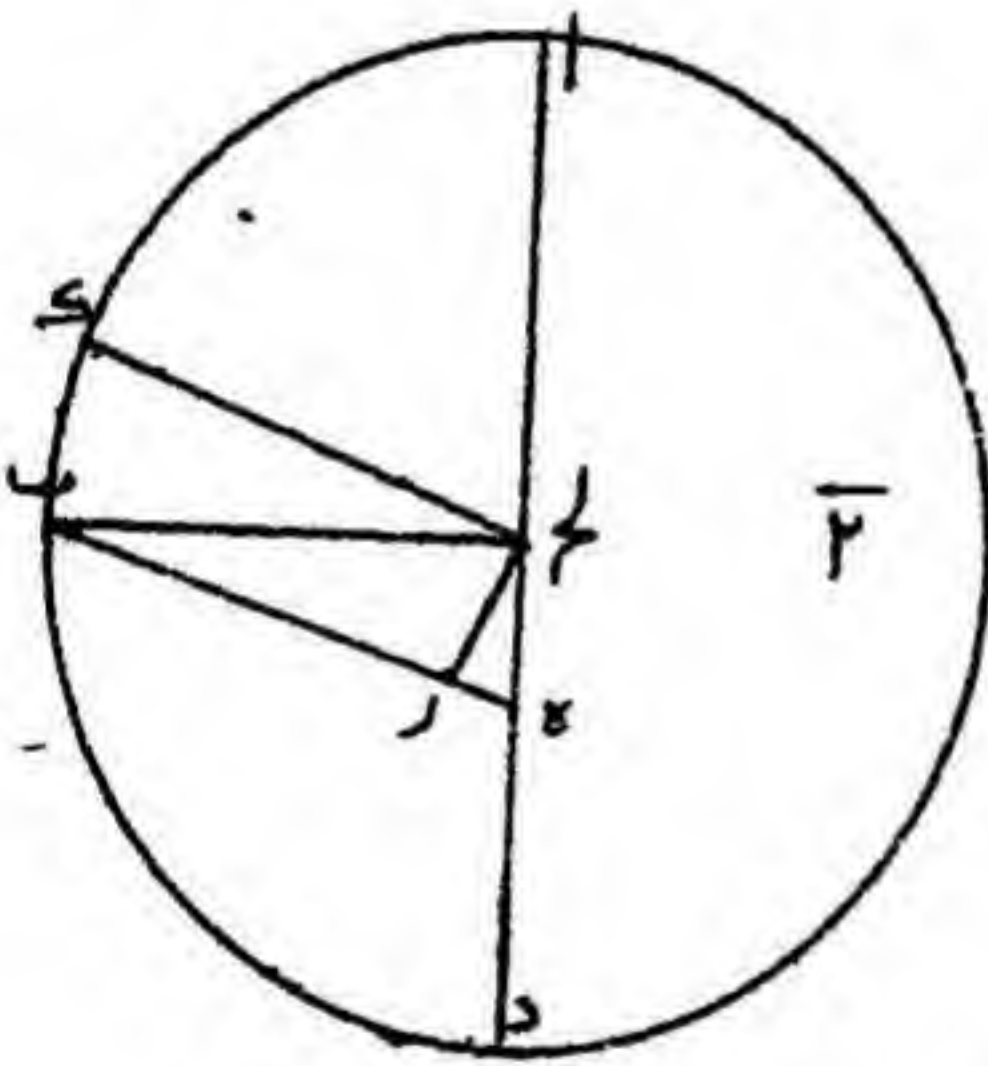
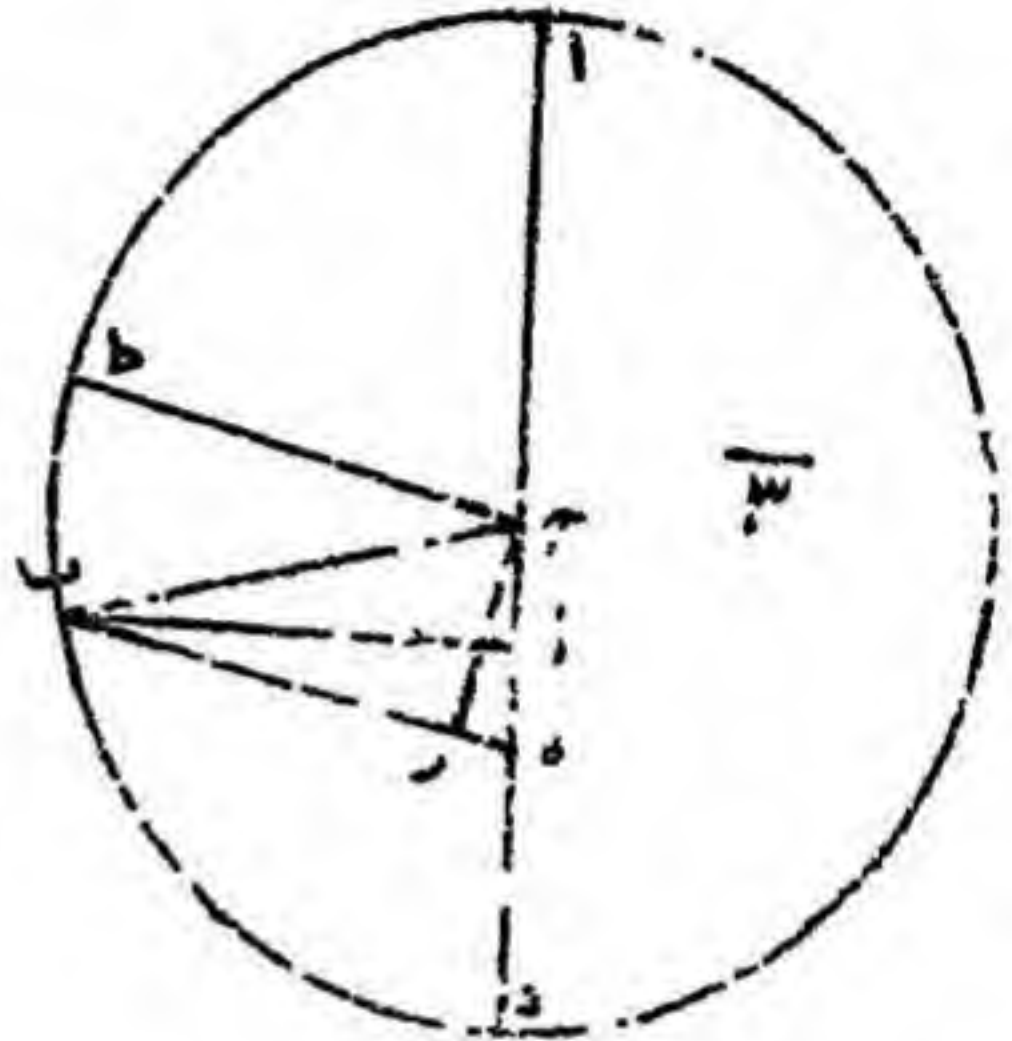
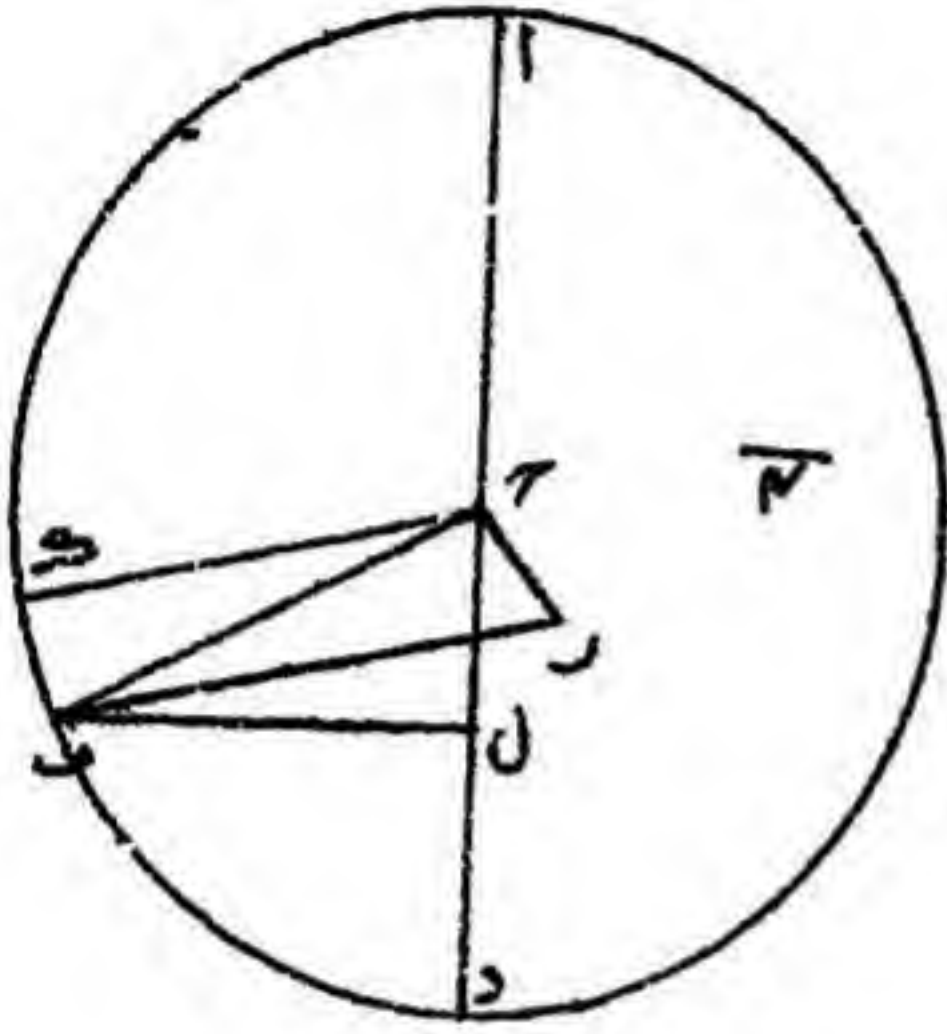
للتبادل فزاوية - ج ب هـ - هي التي اذا اسقطت في هذه الاوضاع
من زاوية الحصاة اوزيدت في نظايرها في النصف الآخر حصلت
زاوية الرؤية ويخرج عمود - ج ز - على - هـ ب - فيكون
جيب التعديل فلان خط - ب هـ - يقوى على خط - ب ل - المعلوم
و - ل هـ - الذى هو في الوضع الاول بمجموع - ل ج - ج هـ
المعومين وقد سميناه جامعا وفي الوضع الثانى الاصل نفسه وفي
الوضع الثالث والرابع فضل ما بين - ل ج - ج هـ - وقد سميناه
فضله فهو اعى - ب هـ - لذلك معلوم واذا كان - هـ ب - معلوما
وزاوية - ج هـ ب - في الوضع الاول والثانى والثالث حادة فان
مربع - ج ب - المعلوم ناقص عن مربع - ج هـ - هـ ب - المعلومين
لضعف ضرب - ب هـ - المعلوم في - هـ ز - المجهول فاذا جمعنا مربعى
ج هـ - هـ ب - واسقطنا من ذلك مربع - ل ج - بقى ضعف ضرب
ب هـ - فى - هـ ز - فاذا قسمنا نصف ذلك على - ب هـ - خرج
هـ ز - وخط - ج هـ - يقوى على - ج ز - هـ ز - فنخط - ج ز -
معلوم .

واما في الوضع الرابع فان زاوية - ج هـ ب - تكون منفرجة
فمربع - ج ب - يزيد على مربعى - ج هـ - هـ ب - لضعف ضرب
ب هـ - فى - هـ ز - فاذا القينا من مربع - ج ب - مربعى - ج هـ
هـ ب - بقى ضعف ضرب - ب هـ - فى - هـ ز - فاذا قسمنا نصفه على

ب هـ - خرج - هـ ز - و - ج هـ - يقوى عليه وعلى - ج ز - فيج ز

ش - ٧٨

معلوم وذلك ما اردنا ان نبين •



الفصل الثاني

في برهان على حساب سنج لي من

خواص الخط المنحني في قوس الدائرة

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه الاربعة ، فقد كنا اخبرنا

بالطة

(١٧)

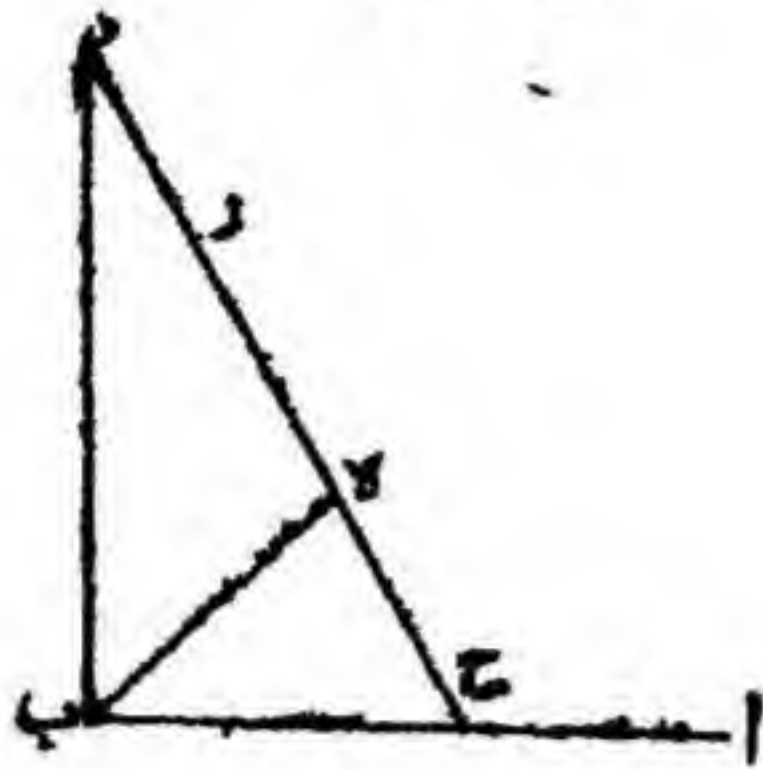
بالعلة في الغاء الوضع الذي بين الثالث والرابع وندير على مثلث
 ب ج هـ - قوسا من دائرة تنتهي من محيط الفلك الخارج المركز
 الى نقطة - ط - ونصل - هـ ط - فلان نقطة - ج - مركز فلك - ا
 ب د - يكون خط - ج ب - مساويا للخط الواصل بين نقطتي
 ج - ط - فتكون قوس - ب ج - مساويا لقوس - ج ط
 ويكون - ج ز - عمودا نازلا من منتصف القوس على خط
 ب هـ ط - المنعطف فيها .

وقد ذكرنا في المقالة الاولى من خواصه انه يقسم الخط
 المنعطف بنصفين وان مربع - ب ج - يساوي مربع - ج هـ
 وضرب - ب هـ - في - هـ ط .

ولان الوضع الرابع من هذه الاوضاع متغير الصورة
 بما ربما يشكك من لادربة له اذ كان عمود - ج ز - يقع على
 خط - ب هـ - خارجا من القوس فاننا نصل فيه - هـ ط - وننزل عليه
 عمود - ج ح - فلان - ج - مركز فلك - ا ب د - يكون خطا
 خ ط - ج ب - متساويان وزاويتا - ج ط هـ - متساويتان لانهما
 معا على قوس واحدة وهي - ج هـ - وزاويتا - ج ح ب - ج ز ط
 قائمتان فان مثلثي - ج ح ب - ج ز ط - متشابهان متساويان
 فيج - ح - في الوضع الرابع يقوم مقام عمود - ج ز - في الاوضاع
 الثلاثة و - ط ج - فيه مقام - ب ز - فيها .

ثم نقول اذا صار (١) الى خط معلوم النسبة الى خط - د ز
 فضرب - ح د - في خط معلوم النسبة الى - زد - مثل ضرب خط
 معلوم النسبة عند خط - ز ج - في خط معلوم النسبة عند - ز ج
 واما ضرب - ح د - في خط معلوم النسبة الى - زد - فانه سطح
 نسبه الى ضرب - ح د - في - د ز - معلومة فاذن نسبة ضرب خط
 نسبه الى - ح ز - معلومة في خط نسبه الى - ح ز - معلومة الى
 ضرب - ح د - في - د ز - معلومة لكن نسبة مربع - ح ز - الى
 ضرب خط نسبه الى - ز ج - معلومة في خط نسبه الى - ح ز -
 معلومة نسبة معلومة فاذن نسبة مربع - ح ز - الى ضرب - ح
 د - في - د ز - معلومة فنسبة مربع - ز ج - الى ضرب - ح د
 في - ه ز - اربع - مرات معلومة وعلى الجميع تكون نسبة مربع
 ز ج - مع ضرب - ح د - في - د ز - اربع مرات اعني مربع
 مجموع - ح د - د ز - الى خط - ح ز - معلومة فنسبة - ز ج
 الى خط - ح د - تكون معلومة و - ح ز - ضعف - ه ب - فاذن
 نسبة - ه ب - الى - ح د - معلومة فنسبة مربع - ح د - اعني
 مربعي - ح ب - ب د - الى ضرب - ح د - في - ه ب - اعني
 ضرب - ح ب - في - ب د - معلومة فنسبة - ج ب - الى - ب
 د - معلومة بسهولة و - ب د - معلوم - فج ب - معلوم فنقطة
 ج - معلومة •

ش - ٧٩



لابي العلاء بن الحسين في ذلك

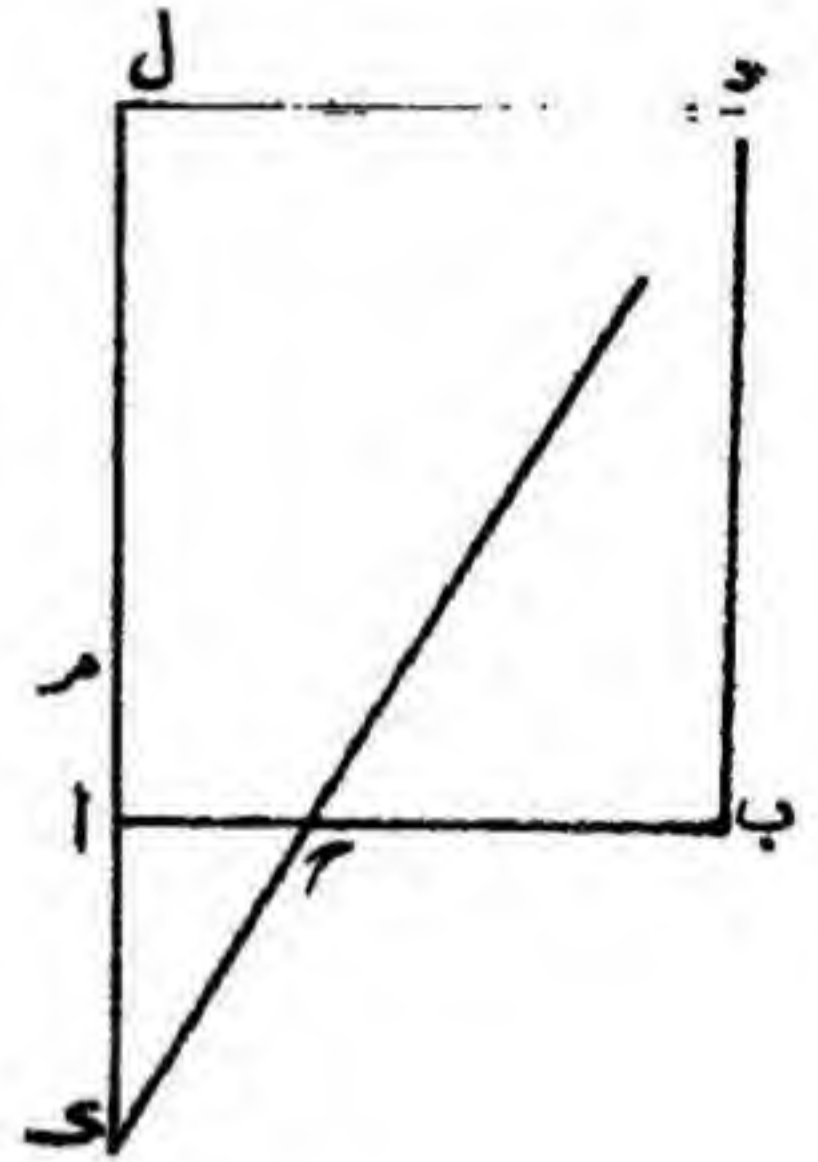
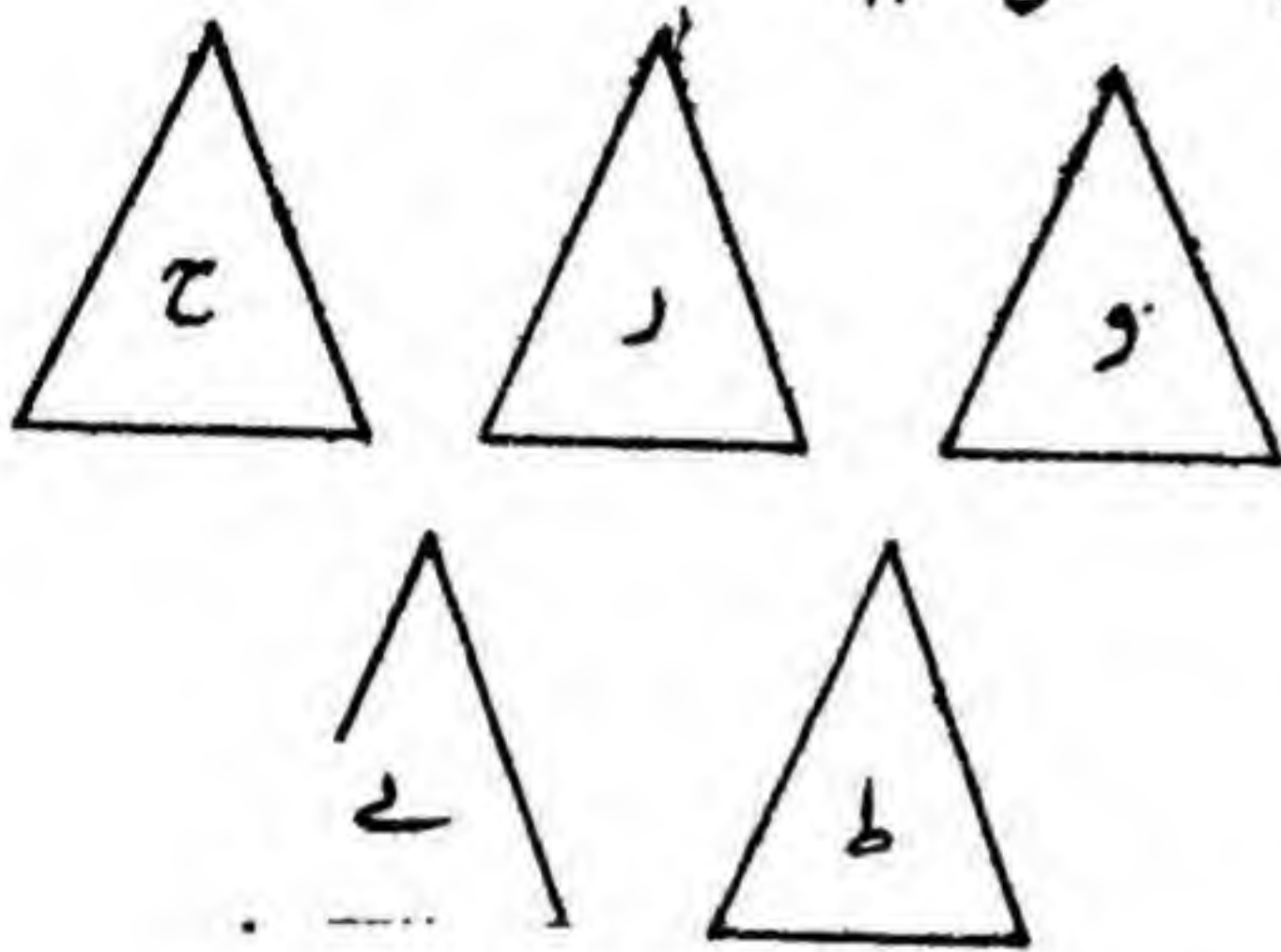
خط -- ا ب -- مفروض وقسم بقسمين على -- ج -- واحد
 سطح نسبته الى مجموع مربعي -- ا ب -- ب ج -- نسبة معلومة وهو
 سطح -- و -- وسطح نسبته الى ضرب -- ا ب -- في -- ب ج -- معلومة
 غير النسبة الاولى وهو سطح -- ز -- وسطح نسبته الى مربع -- ا ب --
 نسبة غير النسبتين الاوليين وهو سطح -- ح -- فكانت السطوح الثلاثة
 متناسبة فنقيم على -- ب -- من خط -- ا ب -- خط -- ب د -- عمودا
 على -- ا ب -- ويكون مساويا لخط -- ط -- ا ب -- ونصل -- ح د --
 فيكون مربع -- ح د -- مثل مربعي -- ا ب -- ب ج -- فنسبة مربع
 ح د -- الى سطح -- و -- النسبة المفروضة ونجعل نسبة سطح -- ط
 الى سطح -- ز -- كنسبة مربع -- ح د -- الى سطح -- و -- ونجعل
 ايضا نسبة سطح -- ي -- الى سطح -- ح -- كنسبة مربع -- ح د --

الى سطح - ز - فيبين ان مربع - ح د - وسطح - ط - وسطح
 ي - متوالية على نسبة فاذن نسبة - ط - الى - ضرب - ب ج
 في - ب ا - المعلوم معلومة فلذلك يكون سطح - ط - مساويا
 لضرب - ب ج - في خط آخر معلوم عند - ا ب .
 وايضا فان سطح - ي - نسبه الى مربع - ا ج - معلومة
 فيبين ان نسبة خط - ح د - كنسبة هذا الخط الى خط نسبه الى
 ح ا - نسبة مفروضه اعنى القوى على - ي - فاذن ضرب خط
 د ج - في خط - ل ه - الى - ا ج - نسبة مفروضه مثل ضرب
 ا ج - في خط مفروض فلذلك تكون نسبة ضرب - ح د - في
 الخط الذى نسبه الى - ح ا - مفروضه اعنى القوى على سطح - ي
 الى ضرب - ح د - في - ح ا - نسبة مفروضه لكن لان - ح د - في
 هذا القوى على سطح - ي - الذى نسبه الى - ح ا - مفروضه
 مثل - ب ج - في خط معلوم تكون نسبة - ب ج - في خط معلوم
 الى - ح د - في - ح ا - نسبة مفروضه فلذلك يكون - د ح - في
 ح ا - مثل - ب ج - في خط معلوم آخر فنخرج من نقطة - ا - خطا
 يوازي خط - د ب - وهو - ا ل - ونخرج خط - د ج - حتى
 يلقاه على - ك - فمثلا - ب ج د - ا ج ك - متشابهان وضرب
 خط - ح د - في - ح ا - مثل ضرب خط - ب ج - في - ح ك
 وقد كان تبين ايضا ان ضرب - ح د - في خط - ح ا - مثل ضرب

ب ج - في خط معلوم - فج ط - اذن هو ذلك الخط المعلوم ونخرج
 من د - خطا يوازي ح ا - وهو د ل - فين ان سطح ا ب د ل
 مربع قائم الزوايا وان مثلثي ب ج د - ك ل د - متشابهان فاذن
 ضرب ب ج - في - ك ل - مثل ضرب د ب - في - د ل - اعني
 مربع د ب - المعلوم ف ضرب - ك ل - في - ب ج - معلوم واذا
 فصلنا من ا ل - مثل ا ج - وهو ا م - بقى م ل - مثل ب ج -
 ج - لان خط ا ب - مثل خط ا ل - ف ضرب - ك ل - في - ل م
 معلوم اعني ضرب ا ل - في - ل م - و ا ك - في - ل م - الذي هو
 مساو لمربع ا ل - لما قد كان تبين لكن مربع ا ل - مثل ضرب
 ا ل - في - ل م - و ل ا - في - ا م - يسقط ضرب ا ل - في - ل م
 المشترك يبقى ضرب ل ا - في - ا م - مثل ضرب ا ك - في - م ل
 ولنا ضرب - ك ل - في - ل م - معلوم و ح ا - مثل ا م - فاذن
 مجموع ضرب - ك ل - في - ل م - ومربعي - ك ا - ا م - معلوم
 لكن ضرب - ك ل - في - ل م - هو مربع - ل م - وضرب - ل م
 في - ا م - و ا ك - في - م ل - فاذن مجموع مربعات - ك ا
 ا م - م ل - وضرب - ك ا - في - م ل - و ا م - في - م ل - معلوم
 فاذن مجموع ضرب ل ا - في - ا م - ومربعي - ل م - ك ا - مع
 ضرب - ك ا - في - م ل - معلوم لكن قد كان تبين ان ضرب
 ل ا - في - ا م - مساو لضرب - ك ا - في - م ل - فيجب من

ذلك ان يكون مجموع مربعي - ا ك - م ل - وضرب - ك ا - في
 م ل - مرتين معلوما فيصير مجموع خطي - ك ا - م ل - معلوما
 وخط - ا ل - معلوما فالفصل بين خطي - ا ك - ا م - معلوم وبمجموع
 مربعيهما معلوم - فام - معلوم وهو مثل - ا ج •

ث - ٨٠



وهذه المسئلة تنسب الى ابلونيوس ولنا في قسم منها استخراج
 ليكن خط معلوم عليه - ا ب - ولتكن نسبة - ا ج - الى - ج ب
 معلومة وليكن ضرب - ح ا - في - ح ب - مثل مربع - ح ز
 ونخط على مركز - ج د - يبعد - ح ز - دائرة - و ز (١) •

فاقول انا ان اخرجنا من تقطعي - ا - ب - خطين الى محيط
 هذه الدائرة وهما - از - ب ز - كان مربع - از - اعظم من
 سطح - ل ه - الى مربع - ب ز - نسبة - ا ج - الى - ج ب
 بسطح - ب ا - في - ا ج - المفروض •

برهان ذلك انا نخرج ج - ح ز - ونخرج ج - ا ح - يوازيه
ونخرج ج - ز ب - وليلق - ا ح - على - ح - ونخرج ج - ز د
ونجعل - ز ا - في - ا ط - مثل - ب ا - في - ا د - ونسل - ب
ط - فلان ضرب - ح د - في - ب ج - مثل مربع - ح و - و - ح
و - مثل - ح ز - يكون ضرب - ح د - في - ح ب - مثل مربع
ح ز - فنسبة - ح د - الى - ح ز - كنسبة - ح ز - الى - ب
ج - فثلث - ز د ج - يشبه - مثلث - ز ب ح - فزاوية - ب
ز ج - التي هي مثل زاوية - ا ح ب - المبادلة لها مثل زاوية - ز
د ج - فزاوية - ز د ج - مثل زاوية - ا ح ب - ولان ضرب
ب ا - في - ا د - مثل ضرب - ز ا - في - ا ط - تكون نسبة
ب ا - الى - ا ز - كنسبة - ا ط - الى - ا د - فثلث - ا ز د
يشبه مثلث - ا ط ب - فزاوية - ا د ز - مثل زاوية - ا ط ب
فتبقى زاوية - ز د ج - التي قد تبين انها مثل زاوية - ا ح ب - مثل
زاوية - ز ط ب - فزاوية - ز ط ب - مثل زاوية - ا ح ب
وزاوية - ط ز ب - مشتركة فثلث - ط ب ز - مشابه لثلث - ا ح
ز - فضرب - ح ز - في - ز ب - مثل ضرب - ا ز - في - ز ط - و
نسبة - ح ز - الى - ب ز - التي هي كنسبة - ا ج - الى - ج
ب - المعلومة كنسبة ضرب - ح ز - في - ز ب - الى مربع - ب
ز - وضرب - ح ز - في - ب ز - هو مثل - ا ز - في - ز ط - فنسبة

تنزل ان الدائرة المطلوبة دائرة - ج - ونصل - ا ج -
 ب ج - وليكن ضرب - ب ج - في - ي ب مثل مربع - ا ب -
 فاذن نسبة ضرب - ب ج - في - ج ي - الى مربع - ا ج -
 معلومة •

ولان ضرب - ج ب - في - ي ب - مثل مربع - ا ب -
 تكون نسبة - ب ج - الى - ا ب - كنسبة - ا ب - الى - ي ب
 وزاوية - ا ب ي - مشتركة للثلثين فاذن زاوية - ا ج ب - مثل
 زاوية - ب ا ي - ونعمل على - ب - من خط - ا ب - زاوية -
 ا ب د - مثل زاوية - ب ج ا - التي هي مثل زاوية - ي ا ب -
 فزاوية - ي ا ب - مثل زاوية - ا ب د - فخط - ا ي - مواز
 لخط - ب د - ولكن (١) •

لأن نسبة ضرب - ب ج - في - ج ي - الى مربع - ا ج -
 المعلومة مؤلفة من نسبة - ب ج - الى - ج ا - ومن - ج ي
 الى - ج ا - التي هي نسبة - ي ب - الى - ا د - تكون النسبة
 المؤلفة من - ب ج - الى - ج ا - ومن - ي ب - الى - ا د - معلومة
 هي نسبة ضرب - ب ج - في - ي ب - الى ضرب - ج ا - في
 ا د - لكن - ج ب - في - ي ب - معلومة لأنه مثل مربع - ا ب -
 فاذن ضرب - ج ا - في - ا د - معلوم ولكن ضرب - ا ب - في
 ا ه - مثله فنقطة - ه - معلومة •

ونصل - ه - ح - فلأن زاوية - ا ب د - مثل زاوية
 د ج ب - وزاوية - د - في مثلثي - ا د ب - ج د ب - يكون
 مثلثا - ج ب د - ا د ب - متشابهين فنسبة - ج د - الى -
 د ب - اعني - د ب - الى - د ا - كنسبة - ج ب - الى - ا ب
 لكن ضرب - ا ه - في - ا ب - مثل - ج ا - في - ا د - تكون
 نسبة - ا ب - الى - ا ج - كنسبة - د ا - الى - ا ه - وزاوية - ا
 في المثلثين جميعا فنسبة - ب د - الى - د ا - كنسبة - ج ا - الى
 ه ا - فاذن نسبة - ج ه - الى - ه ا - كنسبة - ج ب - الى - ب ا
 فاذا بدلنا صارت نسبة - ج ه - الى - ج ب - مثل نسبة - ه ا - الى
 ا ب - المعلومة ونخرج خطين آخرين وهما - ا ل - ل ب - الى
 محيط الدائرة وليكن ضرب - ب ز - في - ل ب - مثل مربع - ا ب
 اعني ضرب - ج ب - في - ب ي - ولنخرج - م ب - حتى تكون
 زاوية - ا ل م - مثل زاوية - ا ل ب - .

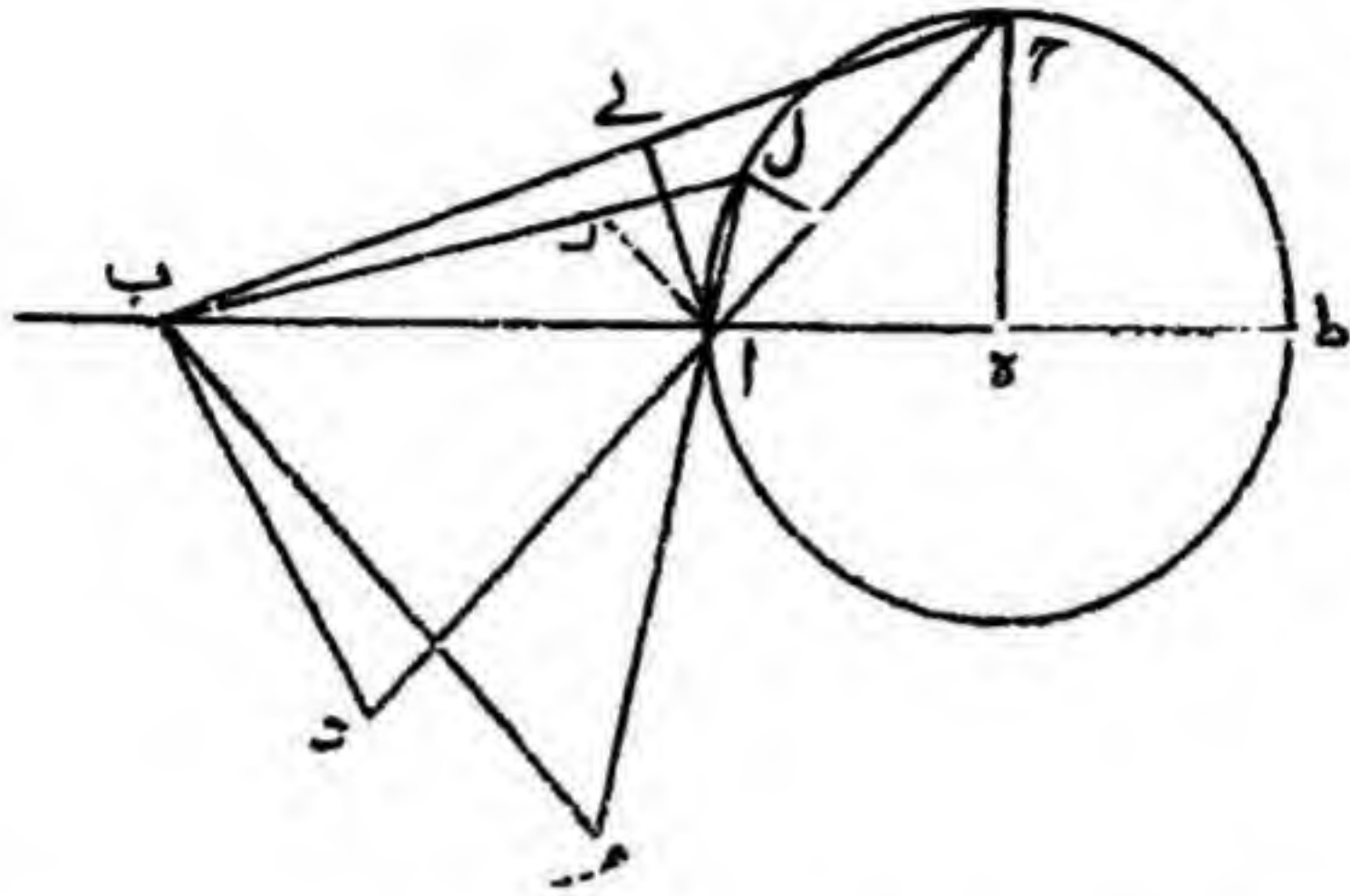
ويتبين من ذلك ان خط - ا ز - مواز لخط - م ب - لأن
 زاوية - ب ا ز - مثل زاوية - ا ل ب - اعني زاوية - ا ل م - ولذلك
 تكون النسبة المؤلفة من - ل ب - الى - ل ا - ومن - ل ز - الى
 ل ا - هي بعينها النسبة المؤلفة من نسبة - ب ج - الى - ج ا - و
 ج ي - الى - ج ا - لأن هكذا طلب منا في المسئلة .

وقد بينا ان هذه النسبة هي نسبة ضرب - ب ج - في - ب ي

الى ضرب - ج - ا - في - اد - وبين من قبل ان نسبة - ل - ز - الى - ل - ا
 كنسبة - ب - ز - الى - ام - ان نسبة ضرب - ل - ب - في - ب - ز
 الى ضرب - ل - ا - في - ام - كنسبة ضرب - ب - ج - في - ي - ب
 الذى هو ايضا - ل - ب - في - ب - ز - الى ضرب - ج - ا - في
 اد - فتكون نسبة ضرب - ل - ب - في - ب - ز - الى ضرب - ج - د
 في - ا - ج - الى - ل - ا - في - ام - واحدة ف ضرب - ا - ج - في
 اد - مثل ضرب - ل - ا - في - ام - وضرب - ج - ا - في - اد
 مثل ضرب - ب - ا - في - اه - ف ضرب - ل - ا - في - ام - ايضا
 مثل - ب - ا - في - اه .

فاذن نسبة - ب - ا - الى - ال - كنسبة - م - ا - الى - اه
 وزاوية - ل - اه - مثل زاوية - ب - ام - فثلثا - ب - ام - ه - ال
 متشابهان فتكون نسبة - ل - م - الى - م - ا - كنسبة - ل - ه - الى - ه - ا
 ولكن نسبة - ل - م - الى - م - ا - كنسبة - ل - ب - الى - ب - ا - لأن
 زاوية - ال - م - مثل زاوية - م - ل - ب - وزاوية - ب - م - ل - مشتركة
 فتبقى زاوية - م - ا - ب - مثل زاوية - ل - ب - م .

فاذن نسبة - ل - ب - الى - ل - ه - كنسبة - ب - ا - الى - اه
 المعلوم وهى ايضا كنسبة - ب - ج - الى - ج - ا - وكذلك
 يكون كل خطين يخرجان من - ه - ب - الى دائرة - ط - ج -
 نسبة احدهما الى الآخر واحدة وهى نسبة - ب - ا - الى - اه .



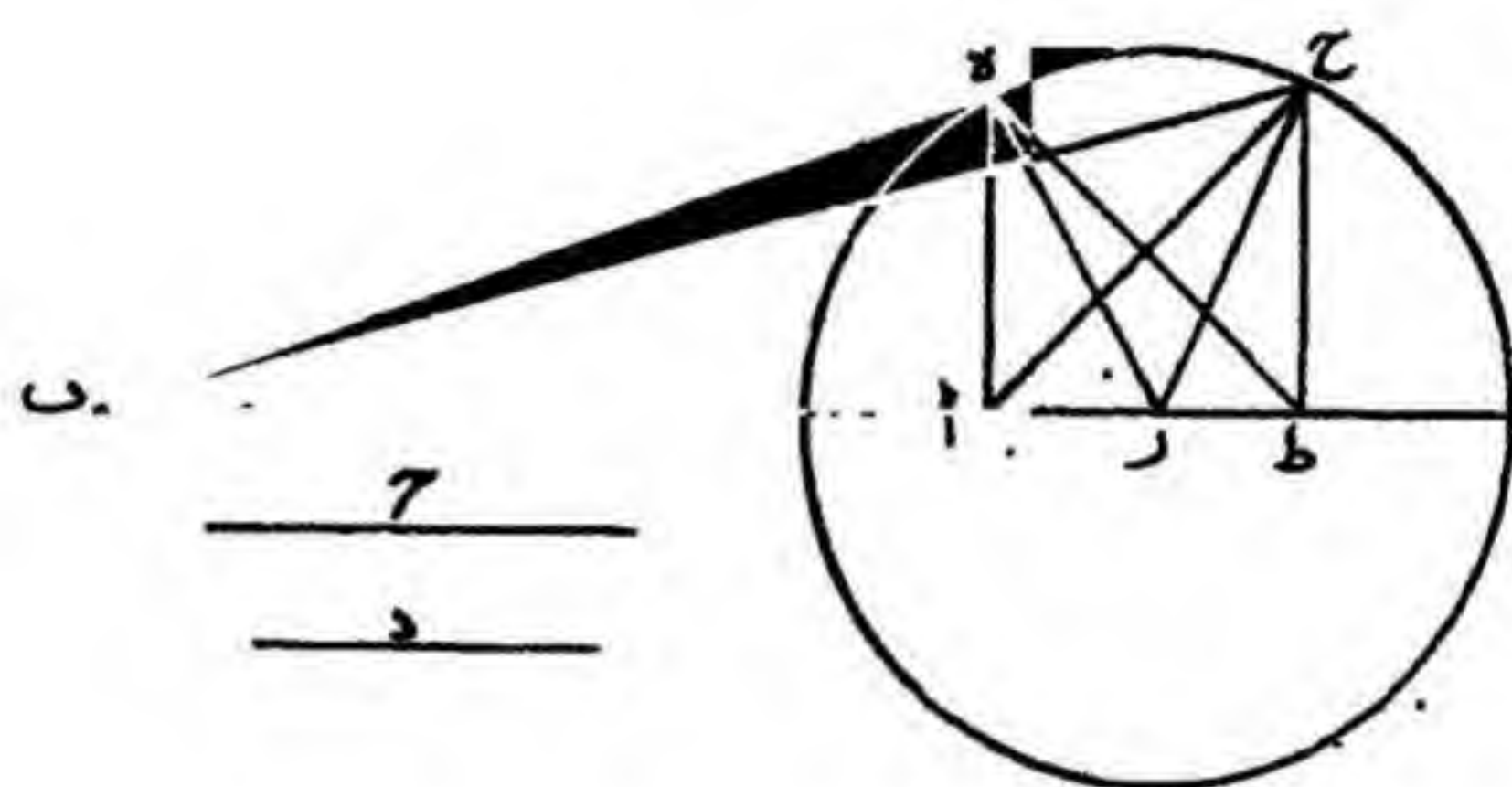
فقد انحلت هذه المسئلة الى مسئلة ابلونيوس ايضا ولنا فيها استخراج إلا ان هذا الطريق لم يتبين منه ان دائرة - ط ج - تجوز على نقطة - ا - فاما ابلونيوس فقد حلل هذا القسم تحليلا لست احفظ وقد كنت وقفت عليه وتبين منه ان دائرة - ط ج - تجوز على - ا - وباقي تحليلنا لهذه المسئلة يتبين منه ذلك .

فاما المسئلة التي تأدى اليها التحليل فطريق ابلونيوس فيها هكذا نضع تقطى - اب - ونسبة ما وهى نسبة - ج - الى - د - ونريد ان نعمل دائرة اذا اخرج اليها خطان من - ا - ب - التقيا على محيطها وكانت نسبة احدهما الى الآخر كنسبة - ج - الى - د - فننزل ان ذلك قد وقع والدائرة - هـ - ونخرج - اهـ - ب - فنسبة اهـ - الى - هـ ب - كنسبة - ج - الى - د - فان نحن جعلنا زاوية

زه ا - مثل زاوية - اب ه - وزاوية - ز - مشتركة صارت زاوية
 ز ا ه - مثل زاوية - ب ه ز - وصارت نسبة - ب ز - الى - زه
 كنسبة - ب ه - الى - ه ا - المعلومة ونسبة - ب ز - الى - ز ا
 كنسبة مربع - ب ز - الى مربع - زه - فنسبة - ب ز - الى - ز
 ا - معلومة وخط - ز ا - معلوم فنقطه - ز - معلومة ونخرج
 خطين آخرين وهما - اح - ح ب - فنسبة - اح - الى - ح ب
 كنسبة - ج - الى - د - فتصير نسبة - ح ب - الى - ح ا
 معلومة وهي كنسبة - ب ه - الى - ه ا - تكون في القوة متناسبة
 لكن نسبة - ب ه - الى - ه ا - اعني - ب ز - الى - زه - في القوة
 كماينا كنسبة - ب ز - الى - ز ا - فزاوية - ح ا ز - مثل زاوية
 ز ح ب - وذلك انها لو لم يكن مثلها لعلنا زاوية - د ح ب - مثل
 زاوية - ز ا ح - فصار مثلثا - ط ح ب - ط ا ح - متشابهين وصارت
 نسبة مربع - ب ج - الى مربع - اح - اعني نسبة مربع - ب ط
 الى مربع - ط ح - كنسبة - ب ط - الى - ط ا - وكانت كنسبة
 ب ز - الى - ز ا - فنسبة - ب ط - الى - ط ا - كنسبة - ب ز
 الى - ز ا - وذلك محال لأنها اذا فصلت اوجبت ان يكون خط
 ز ا - مثل خط - ا ط - فاذن زاوية - ز ا ح - مثل زاوية - ز
 ح ب - فنسبة - ب ح - الى - ح ا - المفروضة كنسبة - ب ز
 الى - ز ح - وكانت كنسبة - ب ز - الى - زه - فزه - مثل - ز

ح - فنقطة - ز - مركز دائرة - ه - ح - ولأن نسبة - ب ز الى
 زه - كنسبة - زه - الى - از - لتشابه المثلثين يصير ضرب - ب
 ز - في - ز ا - المعلوم مثل مربع - زه - بمربع - زه - معلوم
 فزه - معلوم فنقطة - ز - معلومة ودائرة - ه - ح - معلومة •

ش ۸۳ —



وتركيبتنا نحن لتحليل لنا في هذه المسئلة كان هكذا نضع
خطا ما وهو -- ا ب -- ونسبة -- ا ج -- الى -- ج ب -- مفروضة
ونجعل نسبة -- ب د -- الى -- د ا -- كنسبة -- ب ج -- الى -- ج ا
فان ذلك يسهل اعنى تزايد في خط -- ا ب -- زيادة تكون نسبة
الخط مع الزيادة الى الزيادة معلومة ونعمل على -- د ج -- نصف
دائرة.

فاقول ان كل خطين يخرجان من - ا ب - يفعلا

برهان

برهان ذلك ان نسبة - ب د - الى - دا - كنسبة - ح ب
الى - ح ا - فعلى التبديل تكون نسبة - ب د - الى - ب ج - مثل
نسبة - دا - الى - ا ج - فيقسم خط - ح د - بنصفين على - ه
فلأن نسبة - ب د - الى - ب ج - كنسبة - د - الى - ج
تكون نسبة نصف الفصل بين - دب - ب ج - اعنى - ج ه
الى - ب ج - كنسبة الفصل بين - دا - ا ج - اعنى - اه - الى
ا ج - فاذن نسبة - ه ج - الى - ج - كنسبة - اه - الى
ا ج - فاذن نسبة - ب ج - الى - ج ه - كنسبة - ج ا - الى
اه - ونركب فتكون نسبة - ب ه - الى - ه ج - كنسبة - ه ج
الى - اه - فاذن - ه ج - متوسط بين - ه ب - اه - فان عملنا
على نصف دائرة نقطة - ز - كان خط - ه ز - مثل - ه ج - فاذن
نسبة - ب ه - الى - ه ز - كنسبة - ه ز - الى - اه - وزاوية
ه - مشتركة فثلثا - ه از - ه ز ب - متشابهان ولذلك تكون نسبة
ب ز - الى - ز ا - مثل نسبة - ب ه - الى - ه ز - اعنى - ب ه
الى - ه ج - فاذن نسبة - ب ز - الى - ز ا - كنسبة ضعف - ب ه
الى ضعف - ه ج - اعنى مجموع - دب - ب ج - الى - د ج
فنسبة - ب ز - الى - ز ا - كنسبة مجموع - دب - ب ج - الى

ج د °

وقد كان تبين فيما تقدم ان نسبة - دب - الى - ب ج

كنسبة - د ا - الى - ا ج - فاذن على التركيب تكون نسبة مجموع
 د ب - ب ج - في - ب ج - كنسبة - د ج - الى - ج ا
 وبالتبديل نسبة مجموع - د ب - ب ج - الى - ج د - كنسبة
 ب ج - الى - ج ا - وكانت نسبة - ب ز - الى - ز ا - كنسبة
 مجموع - د ب - ب ج - الى - د ج - فاذن نسبة - ب ج - الى
 ج ا - كنسبة - ب ز - الى - ز ا - فنسبة - ا ج - الى - ج ب
 المفروضة كنسبة - ا ز - الى - ب ز - .

ش - ٨٤



وكذلك ايضا تبين ان كل خطين يخرجان فهما يعلان هذه
 النسبة بعينها .

فقد تبين ان الدائرة المطلوبة تجوز على نقطة - ج - ونظيرتها
 في الشكل الذي ادى الى هذا نقطة - ا - فكذلك في ذلك
 الشكل تجوز الدائرة على نقطة - ا - .

وقد كان لجدي ابي الحسن ثابت في ذلك تركيب على هذه
الجهة وهو قصد هذا الطريق ، ليكن خط - ا ب - معلوما ونسبة
ا ج - الى - ج ب - معلومة وتقسم خط - ا ب - بنصفين على
د - ونجعل ضرب - ا ج - في - ج ب - مثل ضرب - ج د - في
خط ما وليكن ذلك الخط - ج ه - ونعمل على خط - ج ه - نصف
دائرة هو - ج - فاقول ان نصف دائرة هو - ج - نفعل
ما قصد ناله .

برهان ذلك انا نتعلم نقطة - و - على محيط النصف دائرة
كيف ما وقعت ونصل - ح و - و ب - ونخرج من - د - عمود
د ز - نلقى - و ج - على - ز - ونصل - ه ز - فزاوية - ه و ج
قائمة وزاوية - ح د ز - قائمة - وزاوية - ه ح و - مثل زاوية - د
ح ز - فالزاويتان الباقيتان متساويتان ولذلك تكون اضلاع مثلثي
ه ح و - ح ز د - متناسبة فنسبة - ه ج - الى - ج و - كنسبة
ج و - الى - د ج - فضرب - ج ه - في - ج د - مثل ضرب
ز ج - في - ج و - وقد كان جعل مثل ضرب - ا ج - في - ج ب
فاذن ضرب - و ج - في - ح ز - مثل ضرب - ا ج - في - ج ب
فاذن نقط - ز - ا - ب - و - في دائرة ولأن خط - ا ب - وتر في
تلك الدائرة وقد قسم بنصفين على - د - واخرج عمود - د ز
يلقي قوس الدائرة على نقطة لنا - ب ه - (١) معلوما بمثل ما تقدم

(١) بعد هذه العبارة خرم في الاصل

الفصل الثالث

في حكاية برهان بستانى على ما آورده هو والهاشمى من الحساب •

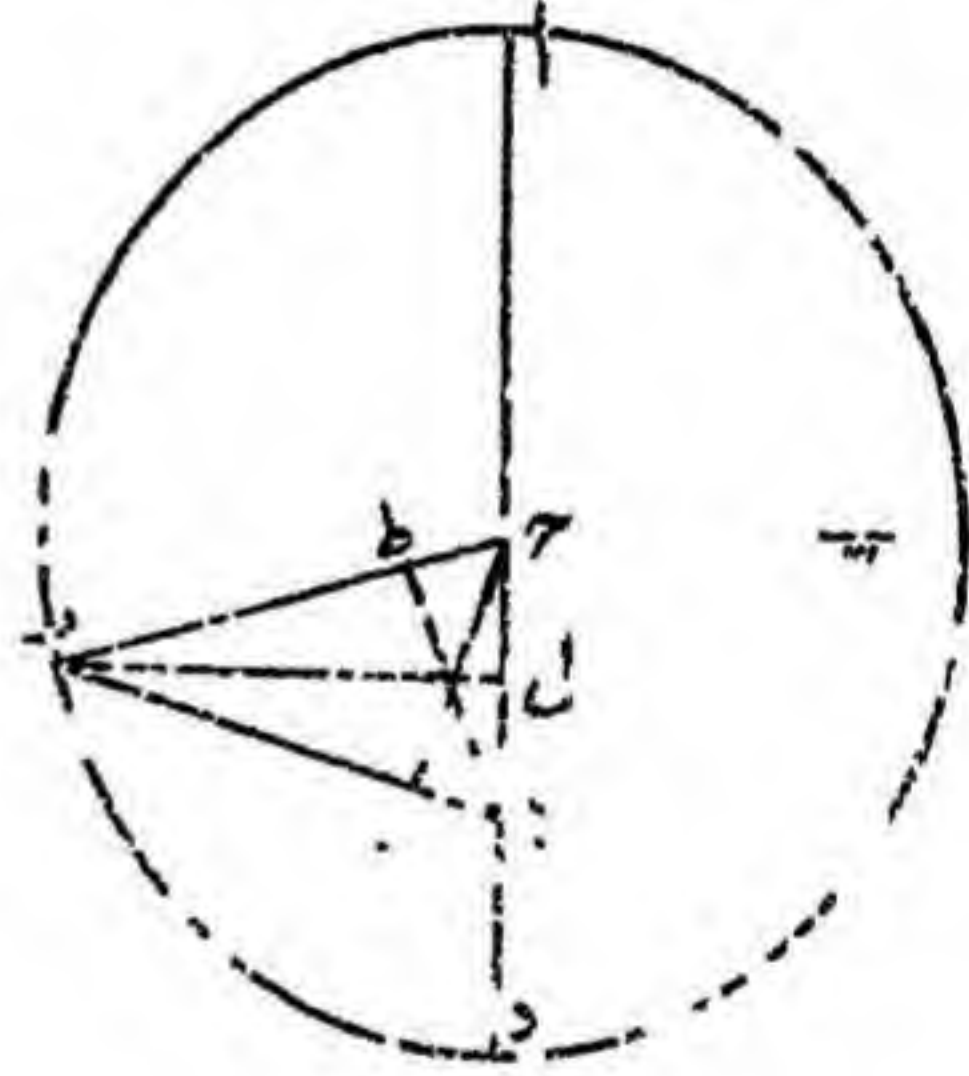
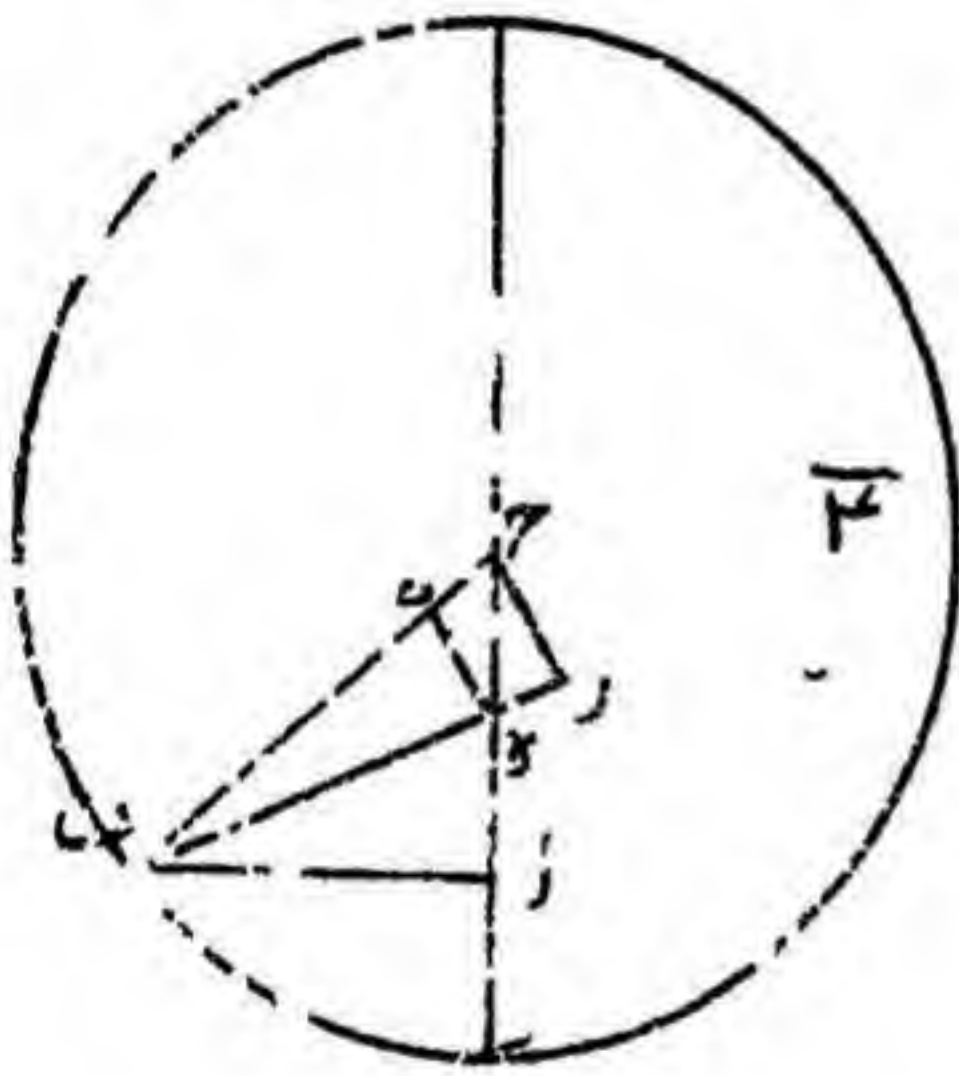
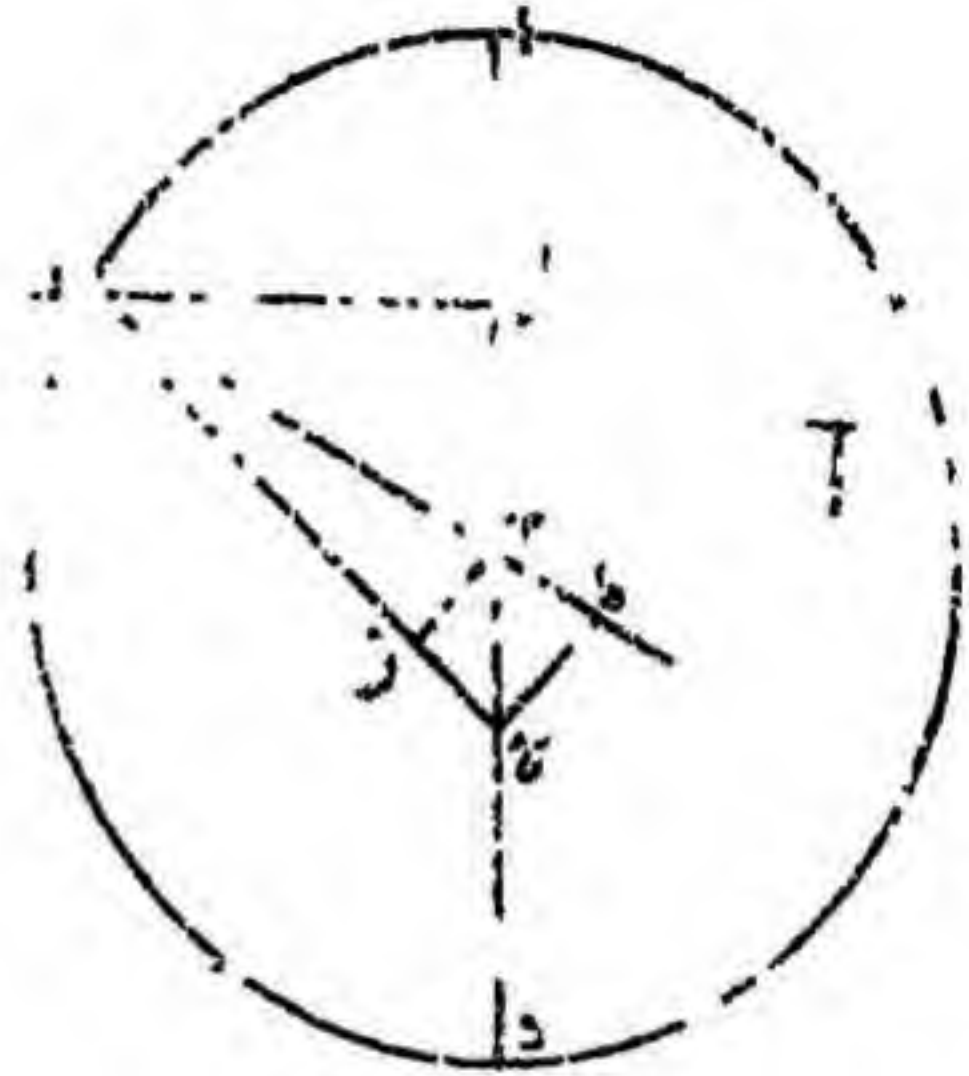
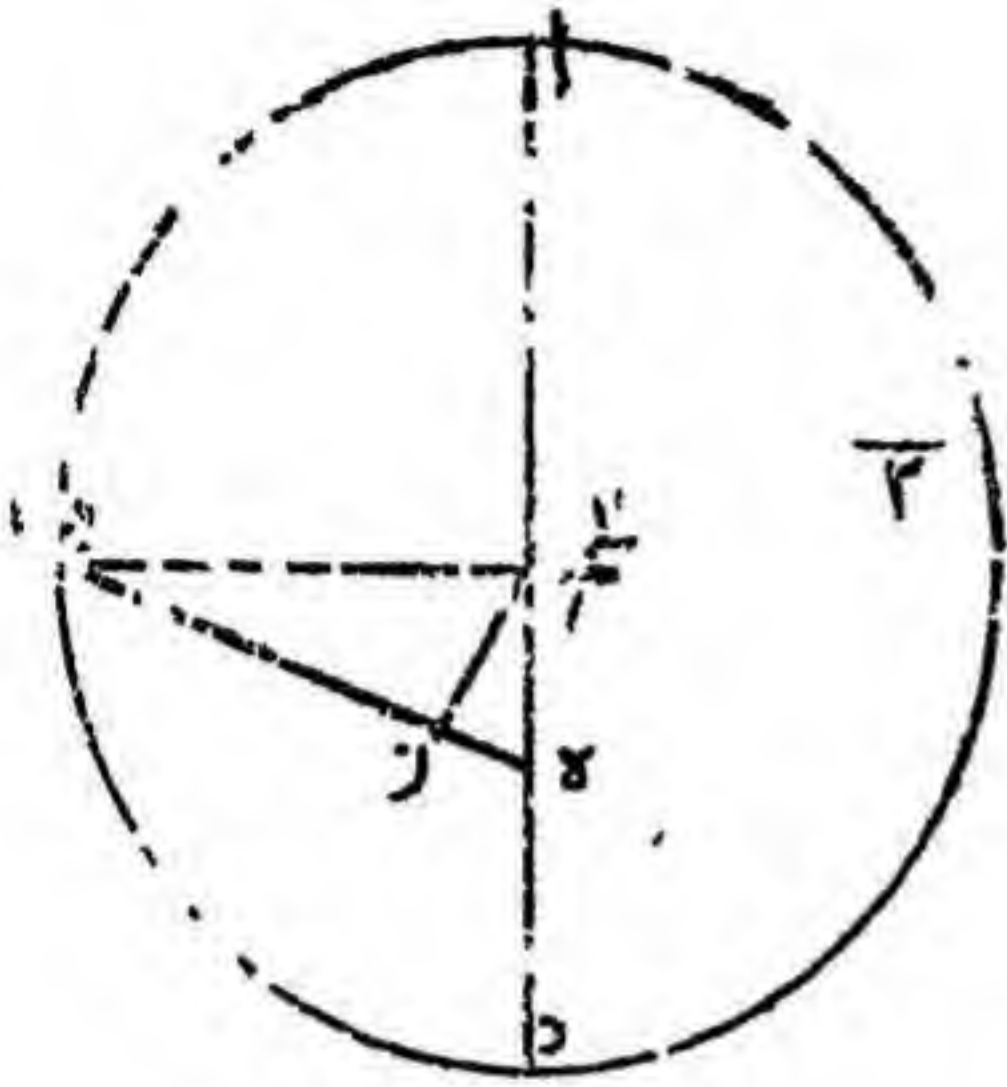
نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه ونخرج من نقطة - ه عمود - ه ط - على - ب ج - فيتشابه مثلثا - ب ل ج - ه ط ج وتكون نسبة - ب ل - الى - ب ج - كنسبة - ه ط - الى ه ج - فه ط - معلوم وهو الذى سميناه ضلعا •

كذلك ايضا نسبة - ل ج - الى - ج ب - كنسبة - ط ج - الى - ج ه فط ج - معلوم وهو زيادة الجيب الزائد على الجيب كله •

ونقصان الناقص عنه و - ب د - المسمى - ح ز - لقوى على - ب ط - ط ه - فهو معلوم ونسبة - ط ه - الى - ج ز - كنسبة - ه ب - الى - ب ج - فج - ن - از - الذى هو جيب التعديل معلوم •

واذ كان ما ذكره الهاشمى من الحساب فى تعليقه لزيح الخوارزمى موافقا لحساب البستانى فالبرهان عليه هو هذا الذى حكيناه عن البستانى وذلك ما اردنا ان نحكى •

ش - ٨٦



الفصل الرابع

في علة ما أورده الفزاري في زيچ

السند - الهند - الكبير من الحساب

اما العمل فهو بعينه ما حكيناه عن البستاني ولذلك نستقل

اعادة

اعادة صورة له واوضاع ، بل نقول انما ضرب جيب الحصة وجيب
 تمامها في خمس الاصل وقسم المجتمع على ستين حتى خرج له الضلع
 وفضل الجيب الزائد او نقصان الناقص لأن الجيب كله عنده كان مجزأ
 بمائة وخمسين على ما اصطلاح عليه الهند فلو ضربهما في الاصل لاحتياج
 ان يقسهما على مائة وخمسين الذي هو الجيب كله عنده فلما اراد ان
 يقسم على ستين والستون خمسا ما كان يجب ان يقسم عليه اضطر الى
 يكون الضرب ايضا في خمس (١) يجب ان يضرب فيه لأن ما يخرج
 من ضرب الشيء في مقدار ما وقسمته على آخر مساو لما خرج من
 ضربه في كسر منسوب الى ما ضرب فيه وقسمته على ذلك الكسر
 بعينه مما قسم وذلك ما اردنا ان نبين .

وهذا العمل وان كان صحيحا فلست ادري ما الذي اعوز
 الفزارى الى تكلفه فلئن كان رام تسهيل القسمة بنقلها من المائة
 والخمسين الى الستين لموافقة الستين مخرج اجزاء الدرج فلعمري هو
 امر مستحسن لو لم يكن زاد فيه اجد خمس الاصل فقد علم انه ان سلك
 فيه طريق الضرب في اربع وعشرين دقيقة ابدا كان ازدياد الضرب
 . مقاوما لما زاد في القسمة من السهولة وان سلك فيه طريق القسمة
 على الاخماس كانت مؤونة القسمة زائدة على السهولة المقصودة
 فالاولى كان يجب عليه ان يأمر بالضرب في الاصل دون خمسيه والقسمة
 على الجيب كله دون الستين .

(١) ما خرم في الاصل .

الفصل الخامس

في حكاية برهان الحساب الذي

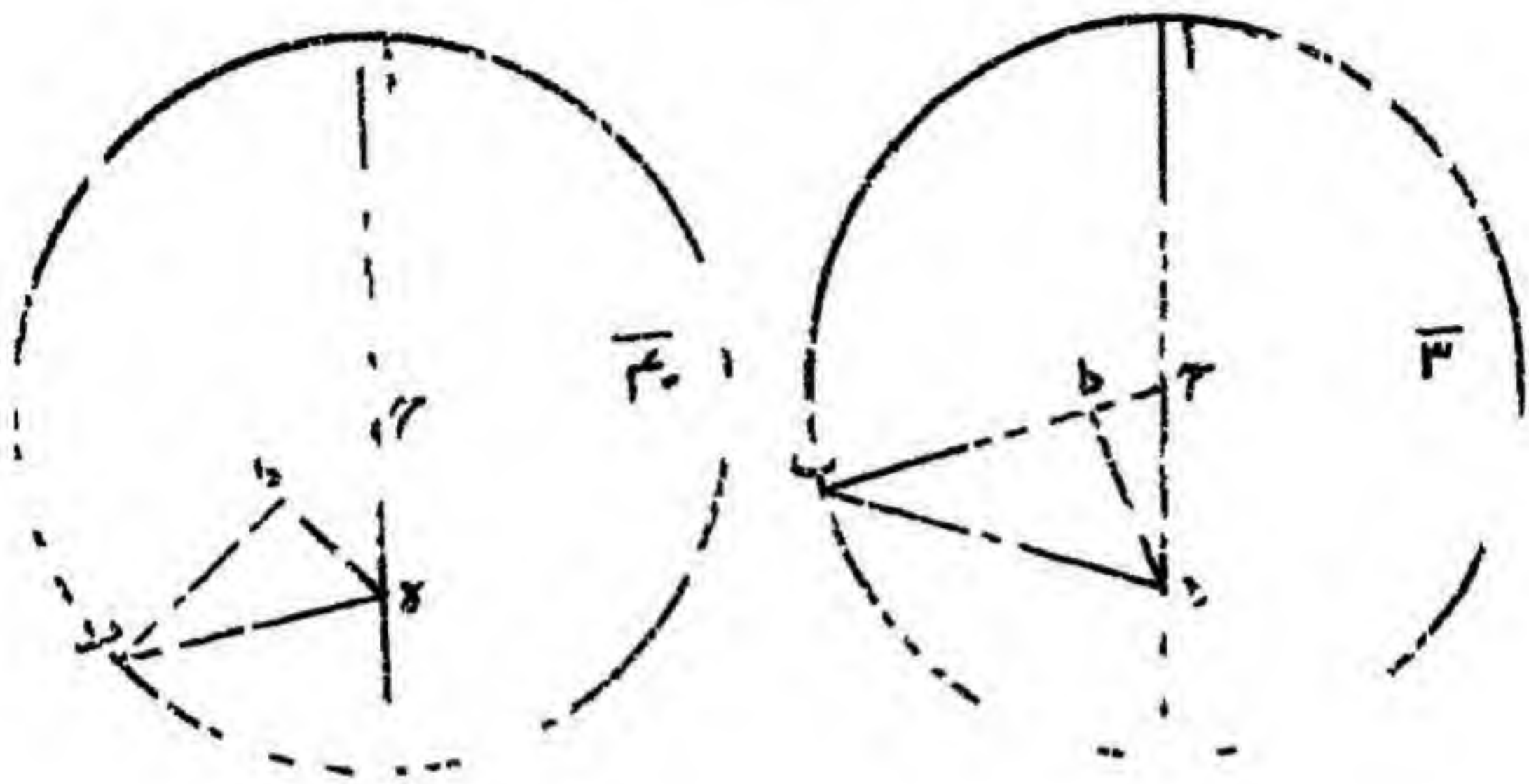
يشتمل عليه كتاب المجسطى

نعيد القلک الخارج المركز باوضاعه فظاهر مما تقدم ان زاوية
ط ج هـ - مساوية لزاوية - ا ج ب - التي هي زاوية الحصة فزاوية
ط هـ ج - تبقى معلومة بالمقدار الذي به الاربع الزوايا القائمة ثلاثمائة
وستون جزءا •

فاذا اضعفنا كل واحد منهما حصلنا بالمقدار الذي به الزاويتان
القائمتان ثلاثمائة وستين جزءا فوتراهما في الدائرة المحيطة لمثلث - ط ج هـ
وهما - ط ج - ط هـ - معلومان بالمقدار الذي به قطر تلك الدائرة
وهو - هـ ج - ضعف الجيب كله فهما اذن معلومان بالمقدار
الذي به - ا ج - الجيب كله نعمل التحويل الذي قدمناه في المقالة
الاولى •

ولأن خط - هـ ب - يقوى على - هـ ط - ط ب - المعلومين
فهو معلوم بالمقدار الذي به - ب ج - الجيب كله ونسبة - ط هـ
الى - هـ ب - بهذا المقدار كنسبة - ط هـ - الى - هـ ب - المقدار
الذي به - هـ ب - ضعف الجيب كله فزاوية - ط هـ - معلومة
بالمقدار الذي به الاربع الزوايا القائمة ثلاثمائة وستون جزءا وذلك
ما اردنا ان نحكى •

ش - ٨٧



الفصل السادس في برهان لي

على حساب استخراجته

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه وندير على مركزه دائرة

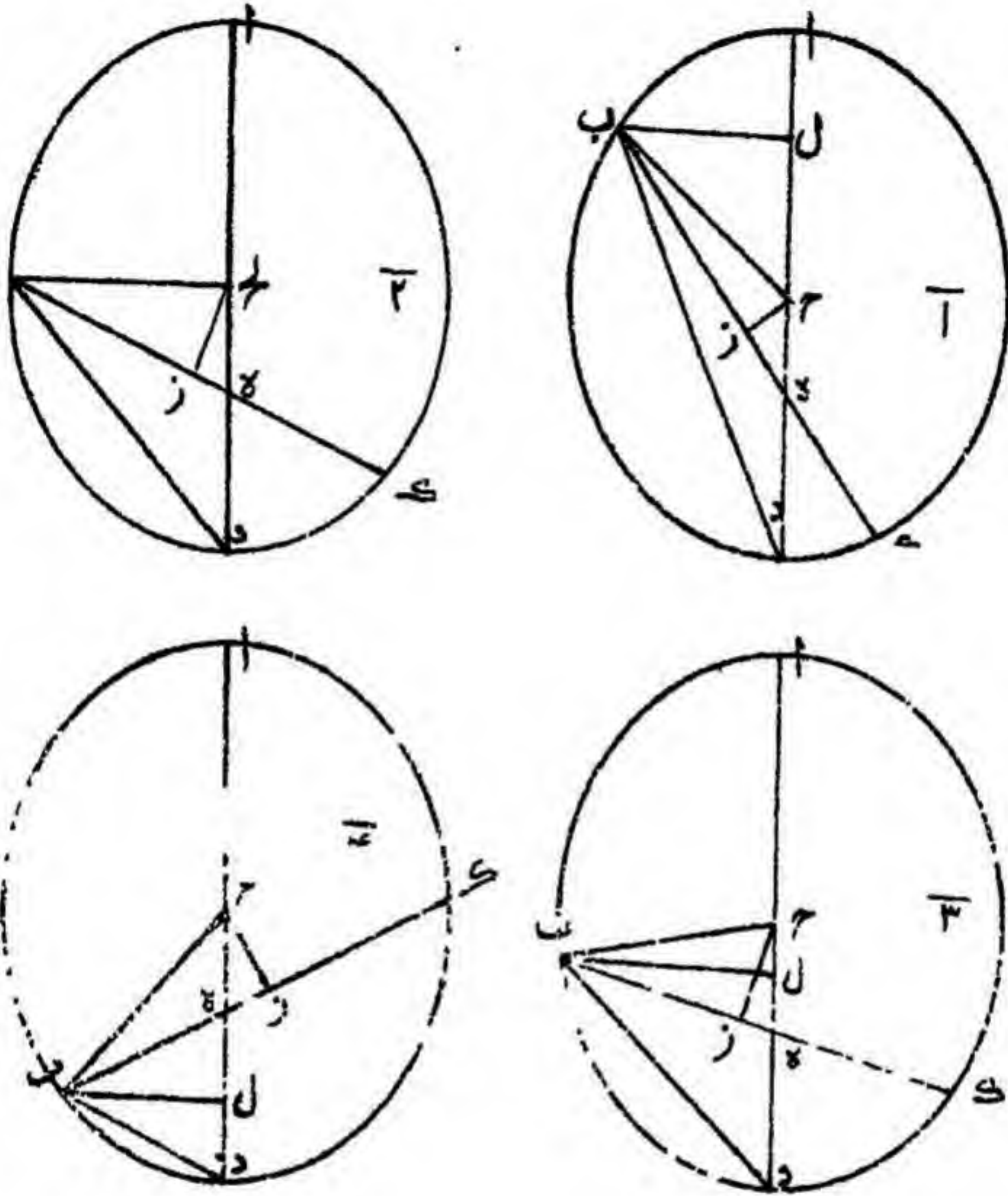
اس - للفلك الممثل ونخرج الى محيطه خط - ه ب م - وننزل من نقطة - م - عمود - م ع - على قطر - اس •

ومعلوم ان - ه ب - الذى صمينا قطرا يقوى على - ب ل جيب الحصاة وله الجامع او الفضلة فهو لذلك معلوم •

ونسبة - ه ب - الى - ه م - كنسبة مربع - ه ب - الى مربع ه م - مثناة بالتكرير فنسبة - ه ب - الى - ه م - كنسبة مربع - ه ب - الى مقدار وسط فى النسبة بين مربع - ه ب - ه م فاذا ضربنا مربع - ه ب - فى مربع - ه م - وأخذنا جذر المبلغ خرج ذلك المتوسط ونسبة مربع - ه ب - الى هذا المتوسط بينه وبين مربع - ه م - كنسبة - ب ل - الى - م ع - من اجل ان هذه النسبة هى كنسبة - ه ب - الى - ه م - فم ع - يخرج من قسمة مضروب المتوسط فى - ب ج - على مربع - ه ب - لكنه يكون بالمقدار الذى - ب ج - الجيب كله فيجب ان نحول الى المقدار الذى به ه م - الجيب كله بما تقدم فى المقالة الاولى •

ونكرر من حسابه وظاهر - ان - م ع - جيب زاوية الرؤية ففضل ما بينها وبين زاوية الحصاة هو التعديل وذلك ما اردنا ان نبين •

ش - ٨٨



الفصل السابع في برهان لي

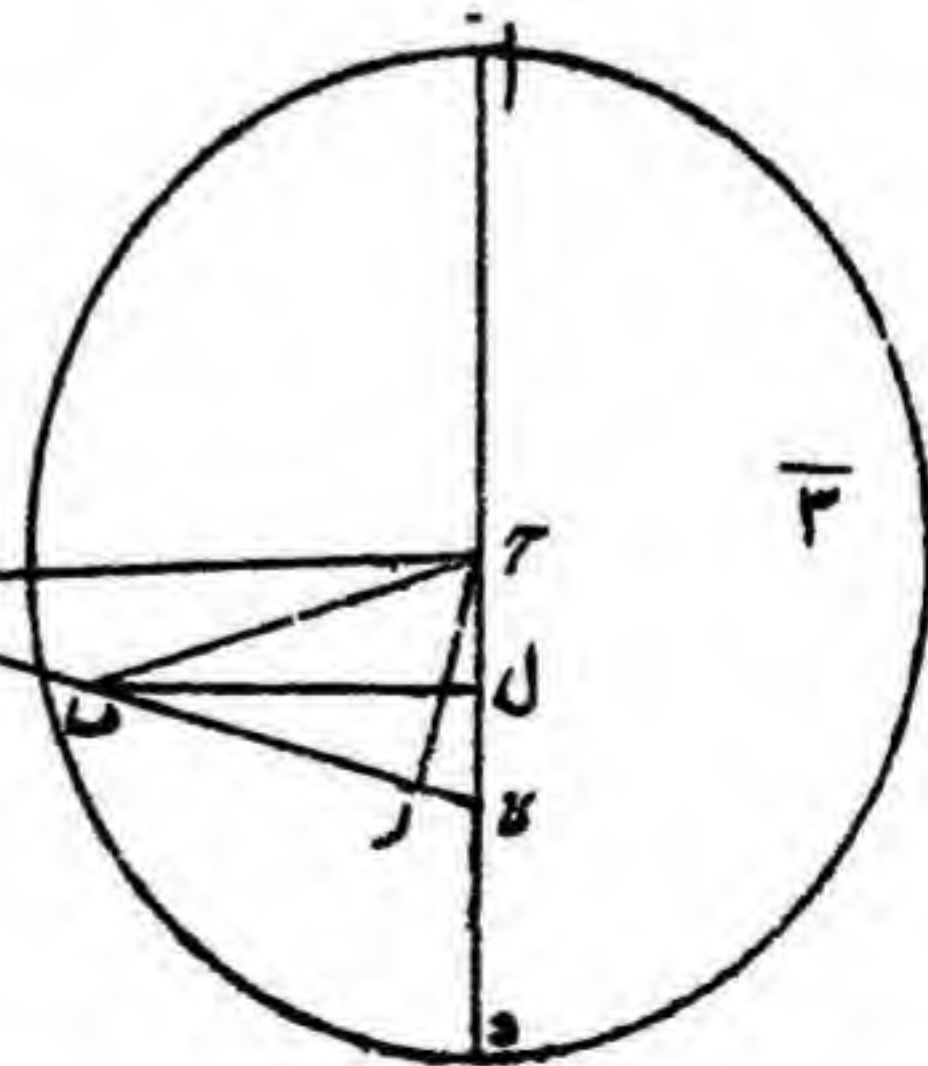
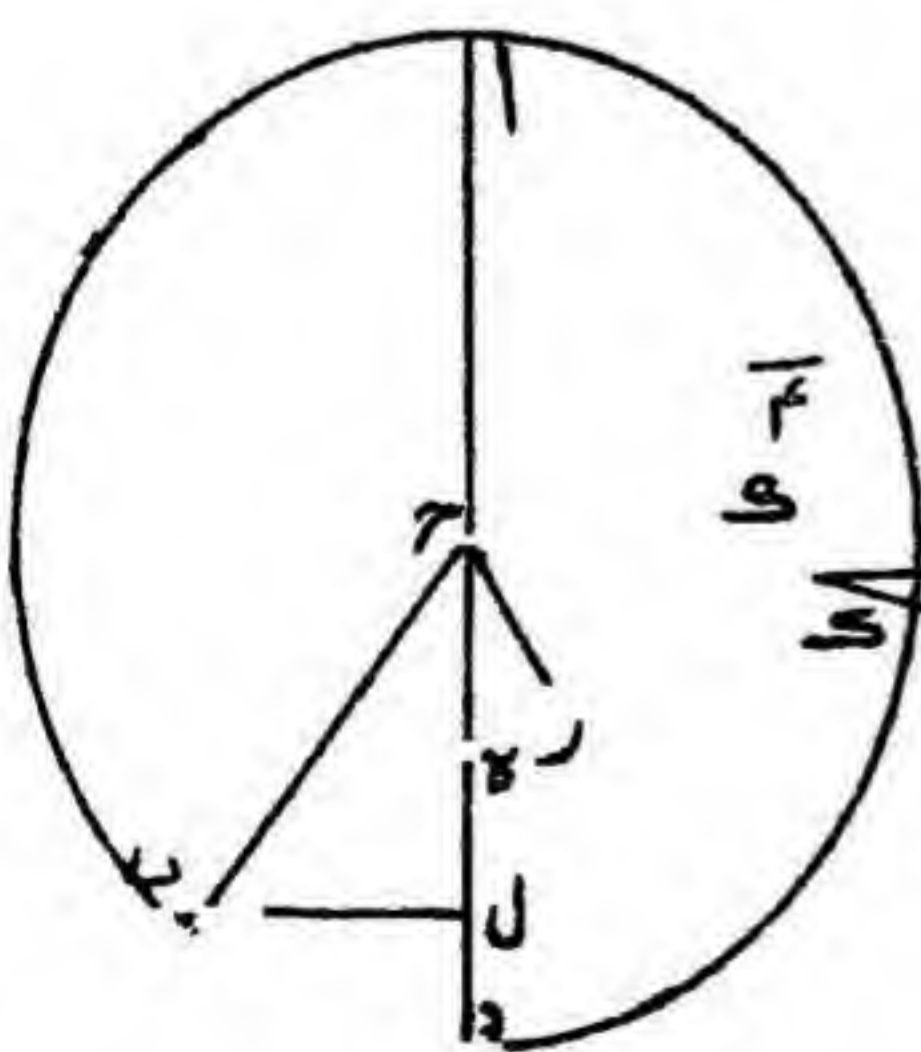
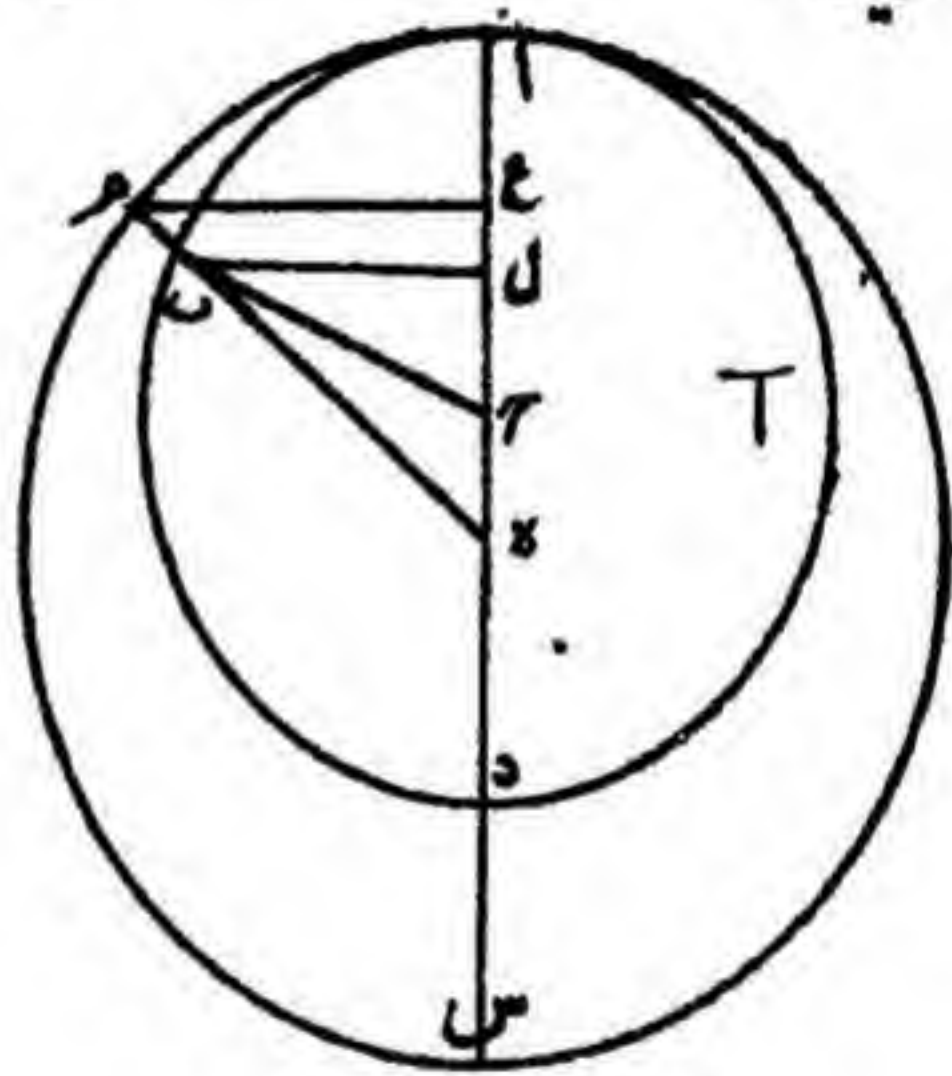
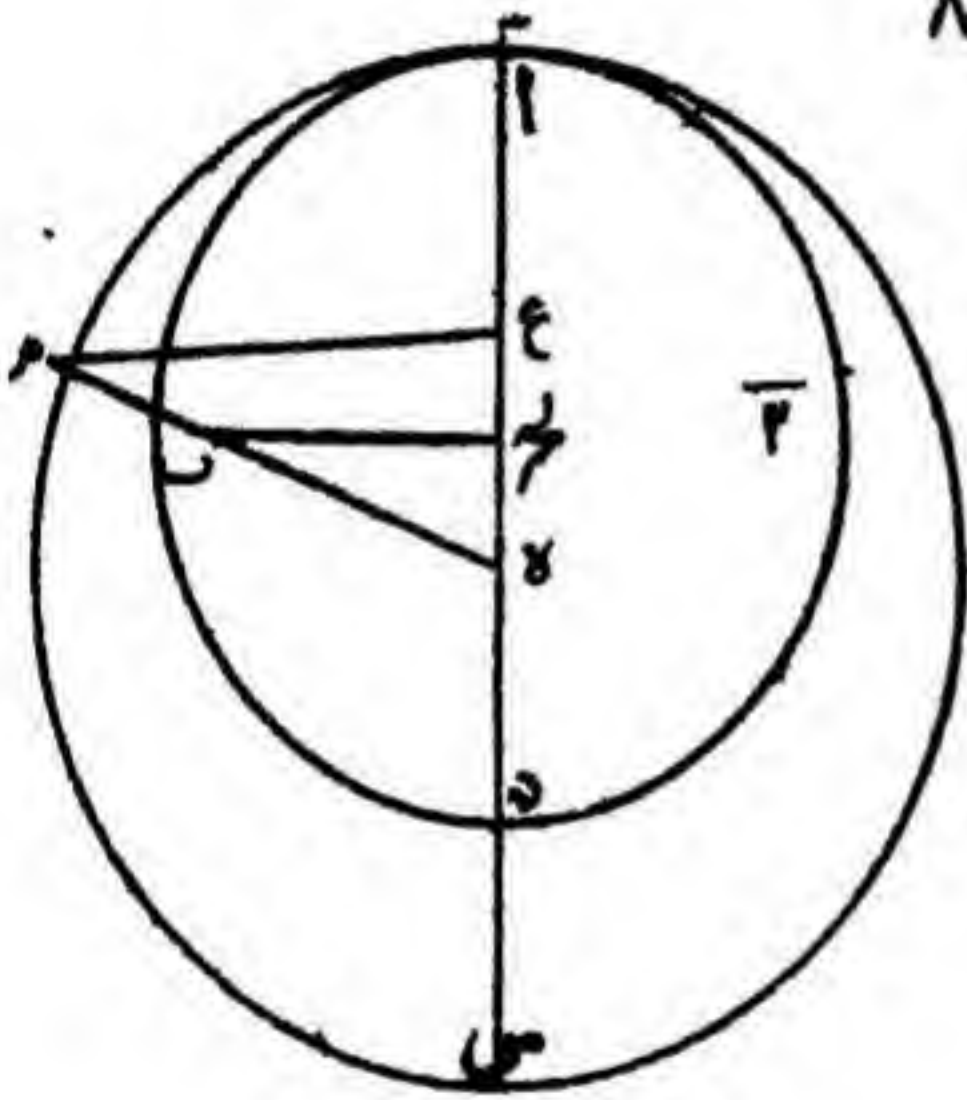
على حساب كان أنجه لي

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه ونخرج - ج ك - يوازي
 ب ل - فيتشابه مثلثا - ب ل هـ - ك ج هـ - وتكون نسبة - ب ل
 الى - ل هـ - كنسبة - ك ج - الى - ج هـ - فلك ج - معلوم

وايضا فلأن مثلثي - ك ج ه - ج ز ه - متشابهان تكون نسبة
ه ك - الى - ك ج - كنسبة - ه ج - الى - ج ز - فربعاتها كذلك
على هذه النسبة اعني ان نسبة مربع - ه ك - الى مربع - ك ج
كنسبة مربع - ه ج - الى مربع - ج ز - ومعلوم انا اذا جمعنا
مربعي - ك ج - ج ه - حصل مربع - ه ك - فاذا قسمنا عليه
مضروب - ب ج - في مربع - ج ه - خرج مربع - ج ز
وجذره هو - ج ز - الذي هو جيب التعديل وذلك ما اردنا

ان نين •

ش - ٨٩

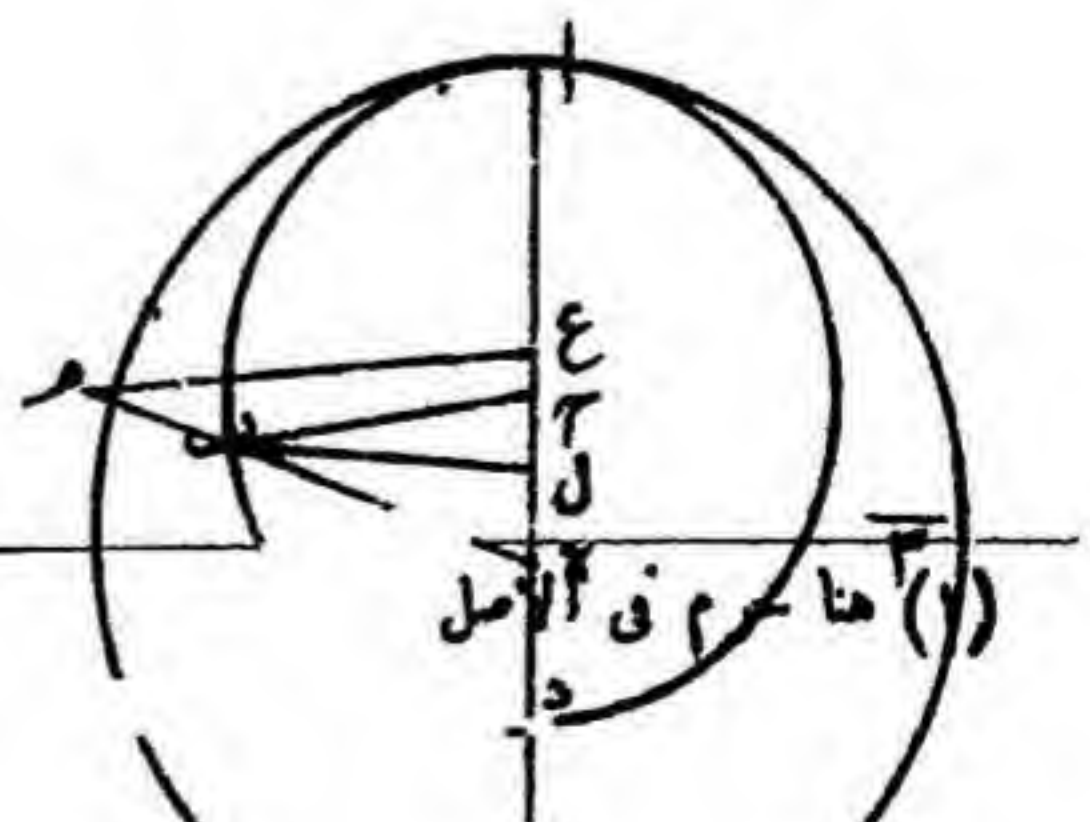
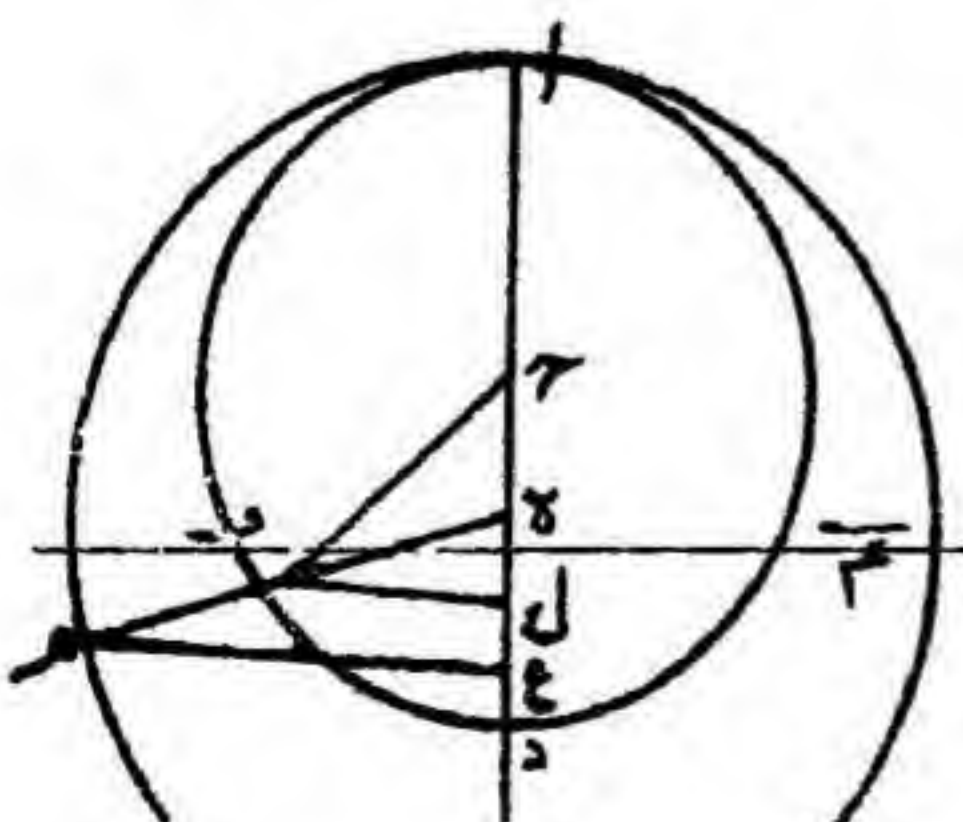
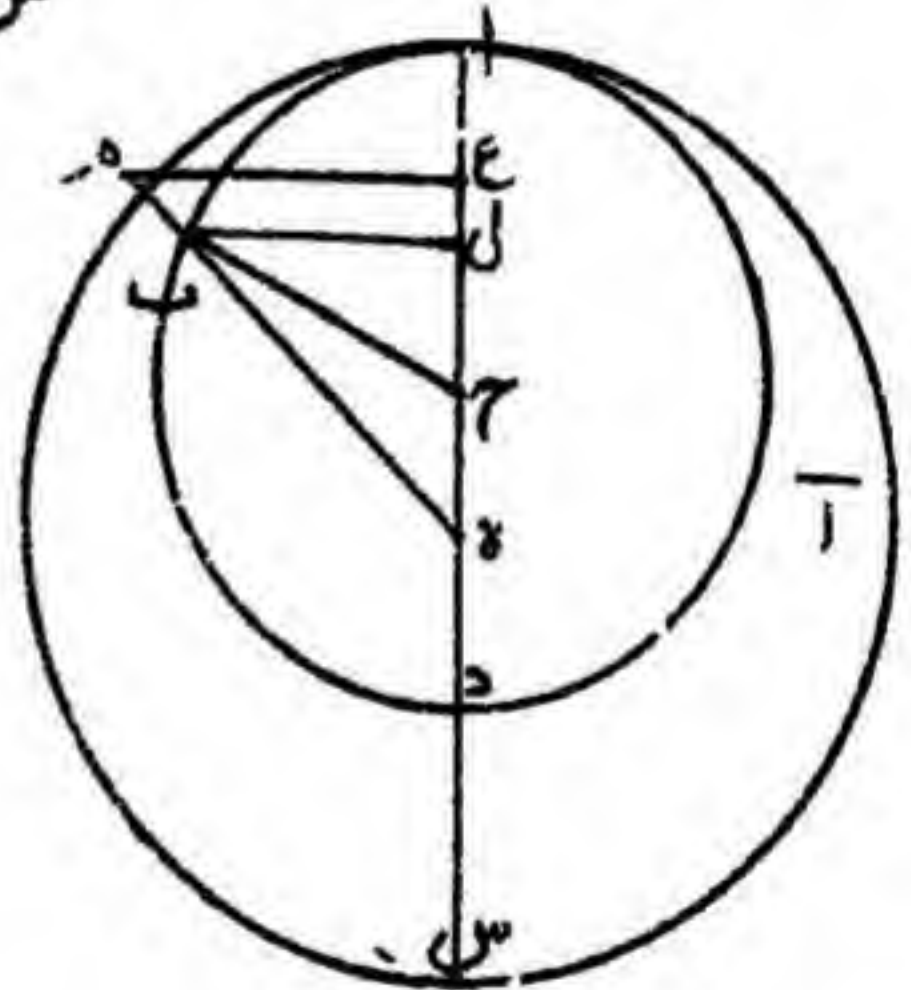
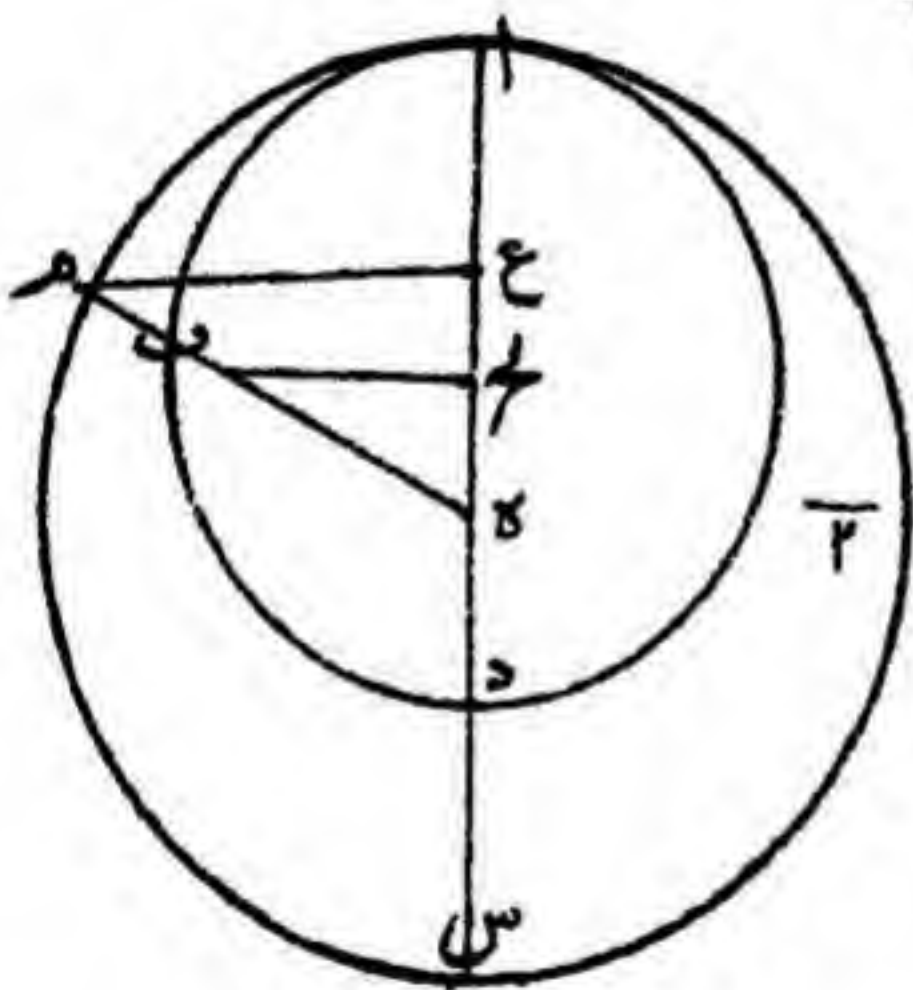


الفصل الثامن

في برهان لي على حساب تهيأ لي استخراج

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه مع الممثل ونخرج - ه ب
الى محيطه فيلقاه على نقطة - م - وننزل عمود - م ع - فمن البين
ان مثلثي - ب ل ه - م ع ه - متشابهان فنسبة مربع - ه ب - الى
مربع - ب ل - كنسبة مربع - ه م - الى مربع - م ع - و - ه ب
يقوى على - ب ل - ل ه - فهو معلوم و - ه م - الذي هو مجموع
الجيب كله والاصل - فم ع - بهذا المقدار معلوم واذا (١) الجيب
كله وقسمنا المجتمع على - ه م - كنا قد حولنا - م ع - الى المقدار
الذي به الجيب كله - ه م - وذلك ما اردنا ان نبين .

مثبت - ٩٠



الفصل التاسع

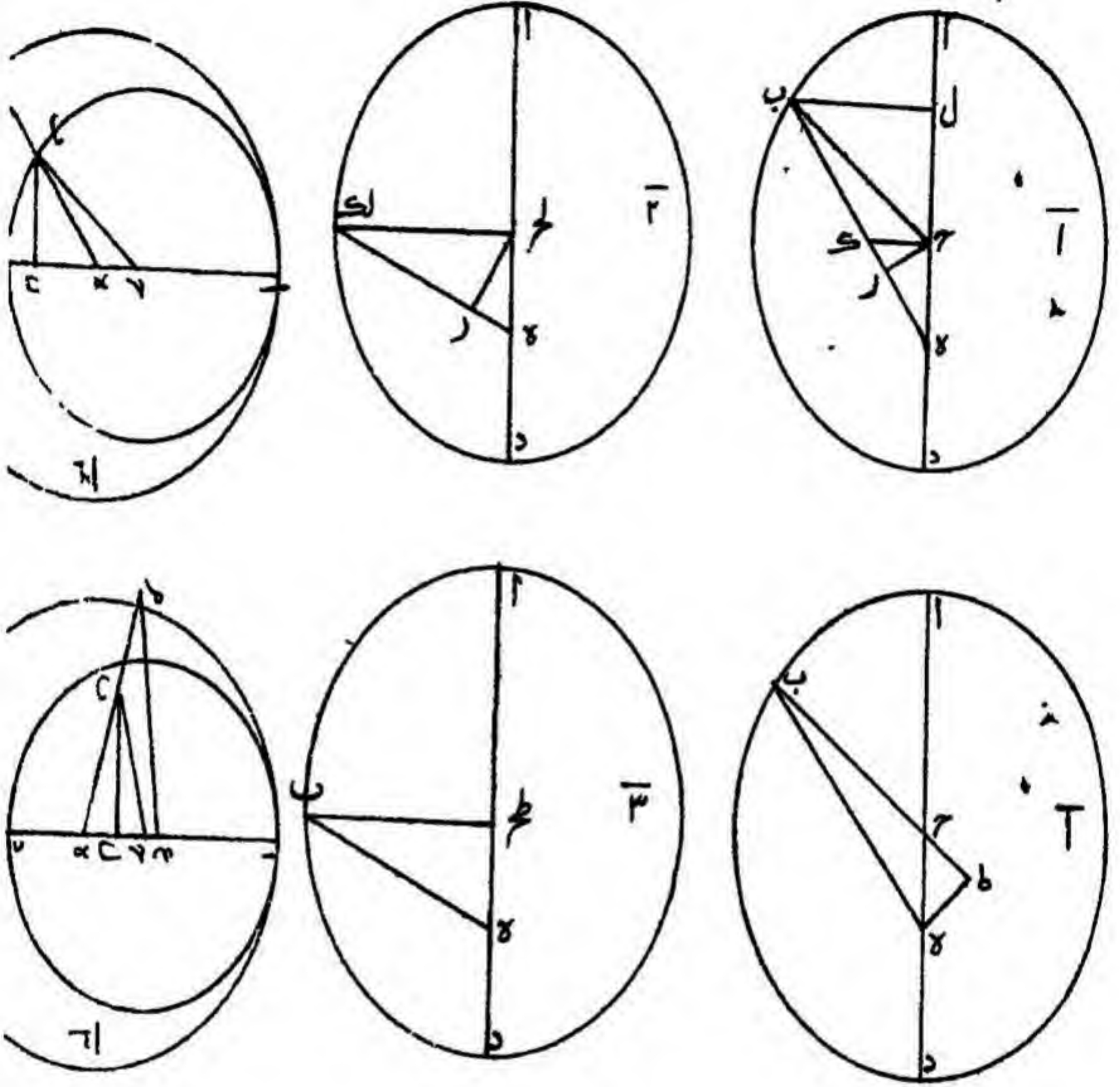
في برهان لي على حساب ادتنى اليه الفكرة

نعيد الفلك الخارج المركزيا وضاعه ونصل - ب د - ونخرج
 ب ه - على استقامته حتى ينتهي الى المحيط على نقطة - ك - فلأن
 اب - الحصة معلومة يكون تمامها الى مائة وثمانين وهو - ب ه
 معلوما ومربع وتره في الاوضاع الثلاثة الاول يزيد على مربع
 ب ه - د ه - بضعف ضرب - د ه - في - ه ل - وفي الرابع تنقص
 عنهما بذلك فمربع - ب ه - القطر اذن يصير معلوما اذا اسقط من
 مربع - ب د - مربع - ه د - كمال الاصل وضعف ضرب - ج ه
 الاصل في - ه ل - الجامع او تنقص في الوضع الرابع مربع - ه د
 من مجموع مربع - ب د - وضعف ضرب - ه د - في - ه ل
 الفضلة ولأن خطي - ا ه د - ب ه ك - تقاطعا في الدائرة
 على - ه - يكون ضرب - ا ه - في - ه د - مساويا لضرب
 ب ه - في - ه ك - فه ك - اذن معلوم فاذا زدناه على القطر
 اجتمع - ب ه ك -

ولأن - ج ز - الذي هو جيب التعديل (١) وعمودا على
 ب ه ك - الوتر فانه يقطعه بنصفين ولذلك يكون - ز ب - جيب
 تمام التعديل وذلك ما اردنا ان نبين .

(١) ما غرم في الاصل .

ش - ٩١



الفصل العاشر

في حكاية برهان سليمان بن عصمة في حسابه الذي اورده

في زيج النيرين •

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه مع المثل وتقول ان من

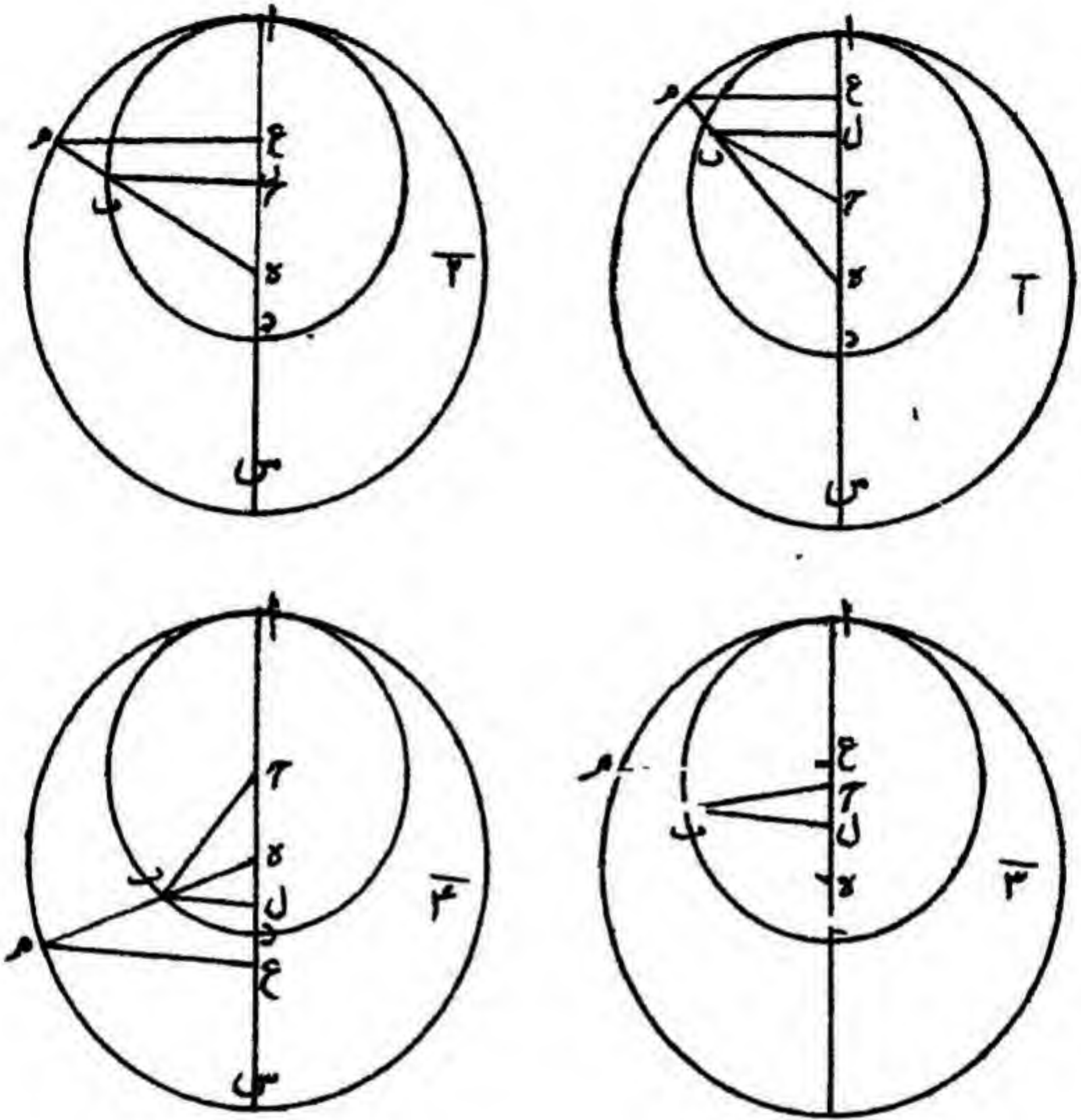
المعلوم ان زاوية - ب ج هـ - في الوضع الاول منفرجة فربيع - ب هـ
القطر يزيد على مربعي - ب ج - ج هـ - بضعف ضرب - هـ ج - في
ج ل - .

فاذا جمعنا مربعي - ب ج - ج هـ - واصفنا الى ذلك ضرب
هـ ج - في ضعف - ج ل - اجتمع مربع - هـ ب - وفي الوضع الثاني
زاوية - ب ج هـ - قائمة فلذلك اذا جمعنا مربعي - ب ج - ج هـ
اجتمع مربع - هـ ب - وفي الوضع الثالث والرابع زاوية - ب ج هـ
حادة فربيع - هـ ب - ننقص عن مربعي - ب ج - ج هـ - بضعف
ضرب - ب ج - في - ج هـ .

فاذا جمعنا مربعي - ب ج - ج هـ - والقينا من ذلك ضعف
ضرب - ب ج - في - ج هـ - بقي مربع هـ ب .

ولأن مثلثي - هـ ب ل - هـ م ع - متشابهان فان نسبة - هـ ب
الى - ب ل - كنسبة - هـ م - الى - م ع - فاذا جعل - هـ م
مجموع الجيب كله والاصل خرج - م ع - بالمقدار الذي به
ب ج - الجيب كله فاحتيج الى تحويله واذا جعل - هـ م - الجيب
كله لم نحتج الى التحويل ومع جيب زاوية الرؤية ففضل ما بينها
وبين زاوية الحصة هو التعديل وذلك ما اردنا ان نحكي .

ش ٩٢



الفصل الحادى عشر

فى برهان لى كان اتفق لى استخراجيه •

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه وتقول اذا حصل لنا

هـ ب - القطر معلوما فمن الظاهر ان مثلثى - ب ج هـ - ز هـ ج
متشابهان ونسبة - ب هـ - القطر الى - ب ل - جيب الحصة كنسبة
ج هـ - الاصل الى - ج ز - جيب التعديل - فيج ز - معلوم وذلك
ما اردنا ان نبين .

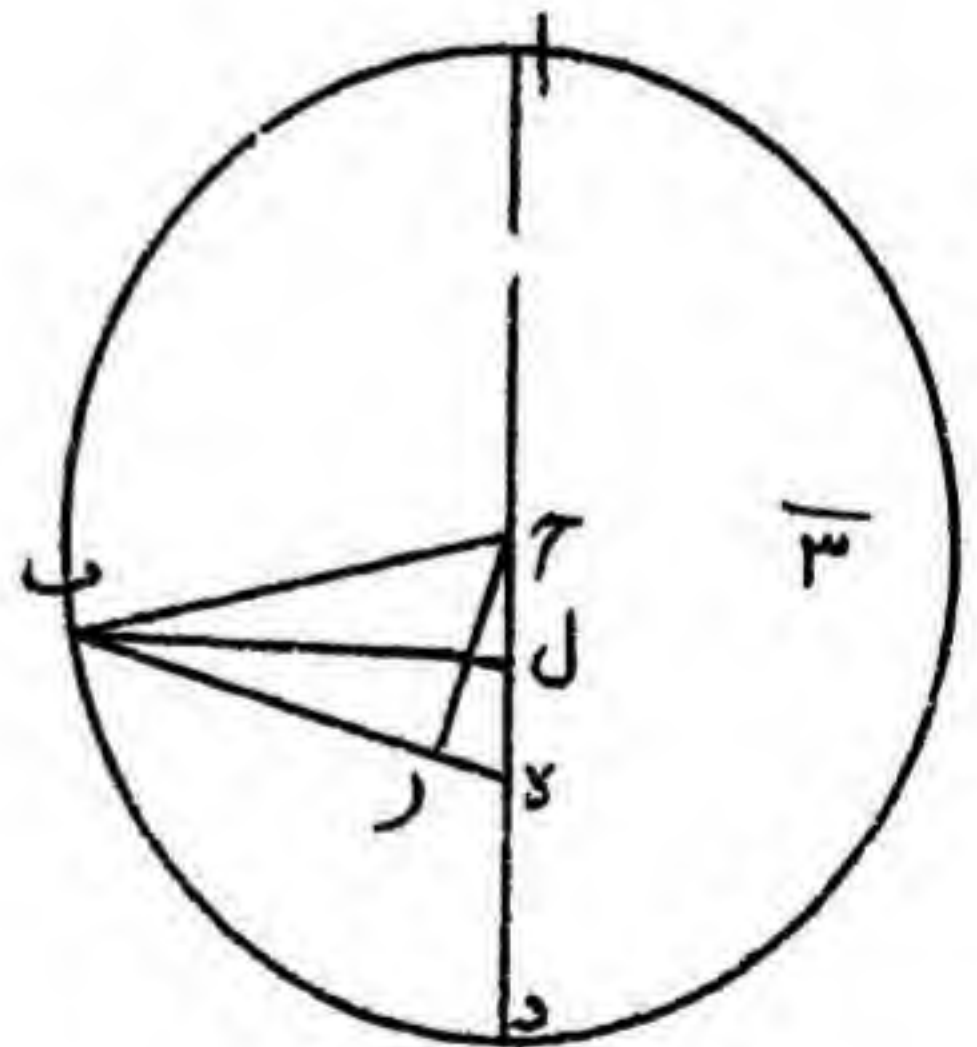
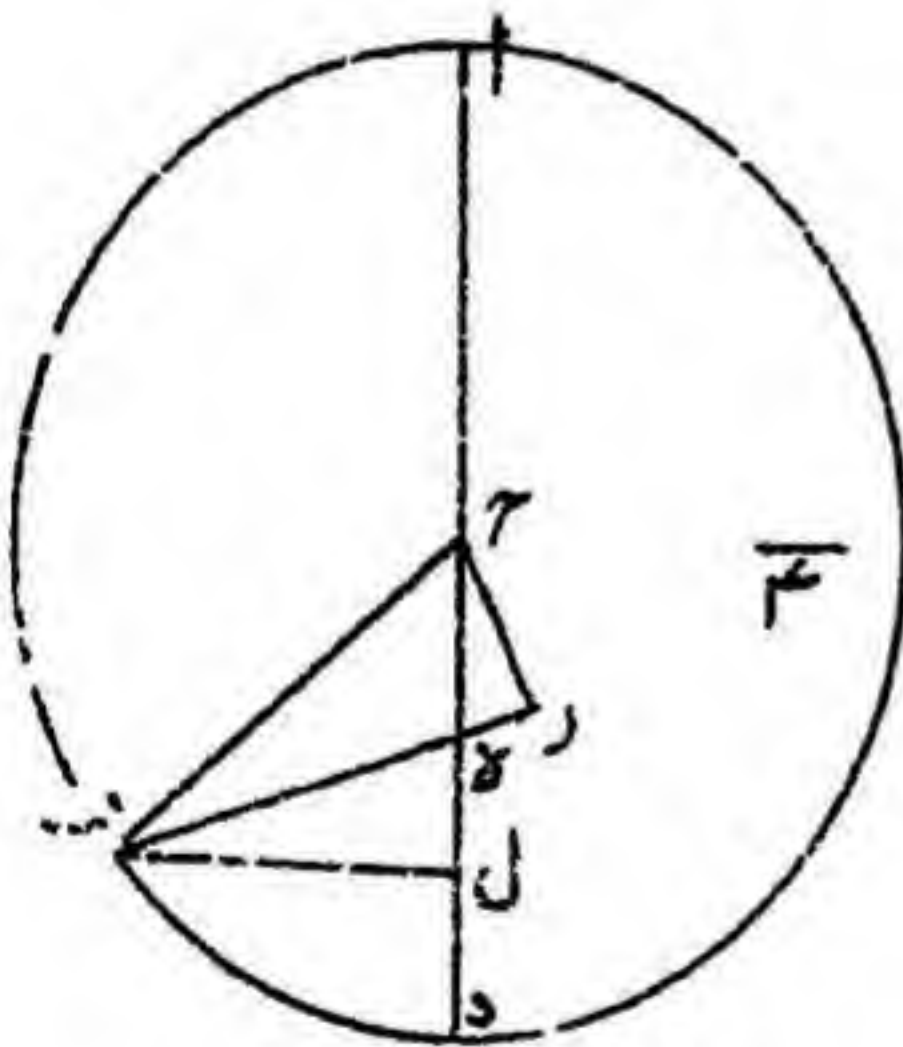
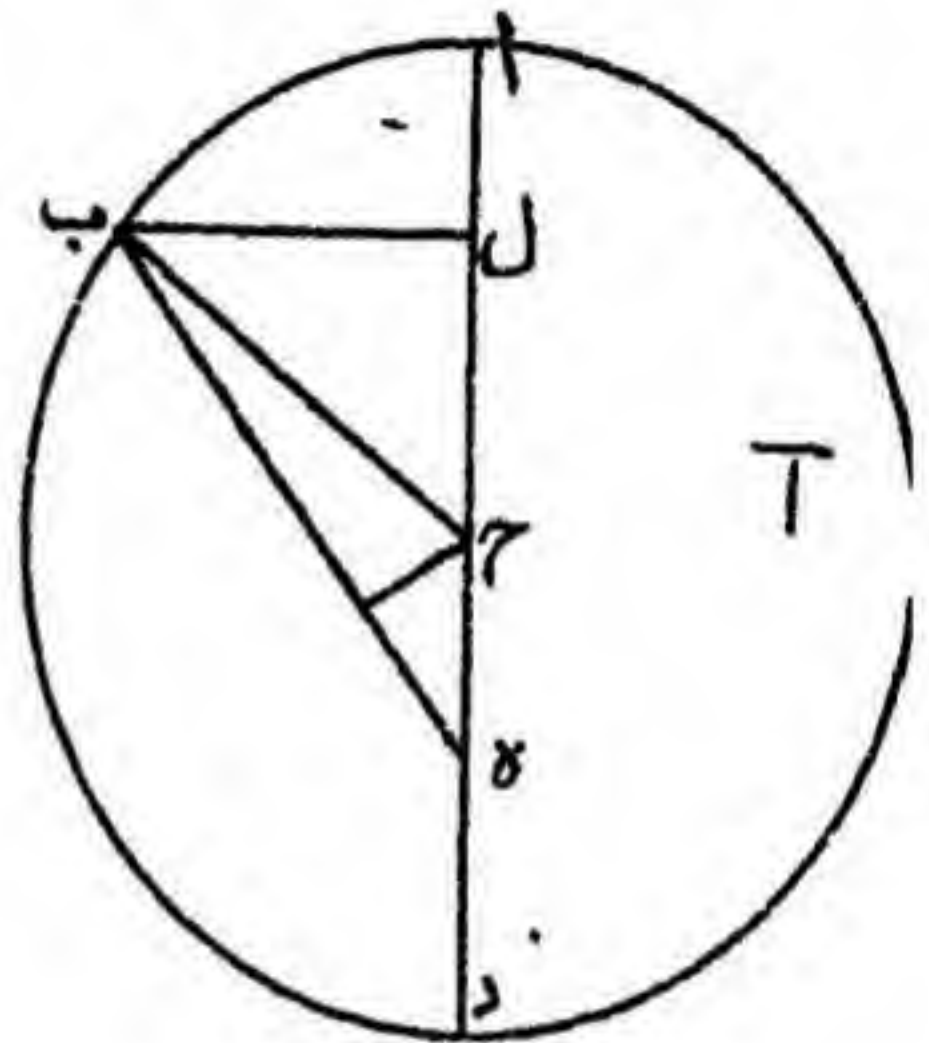
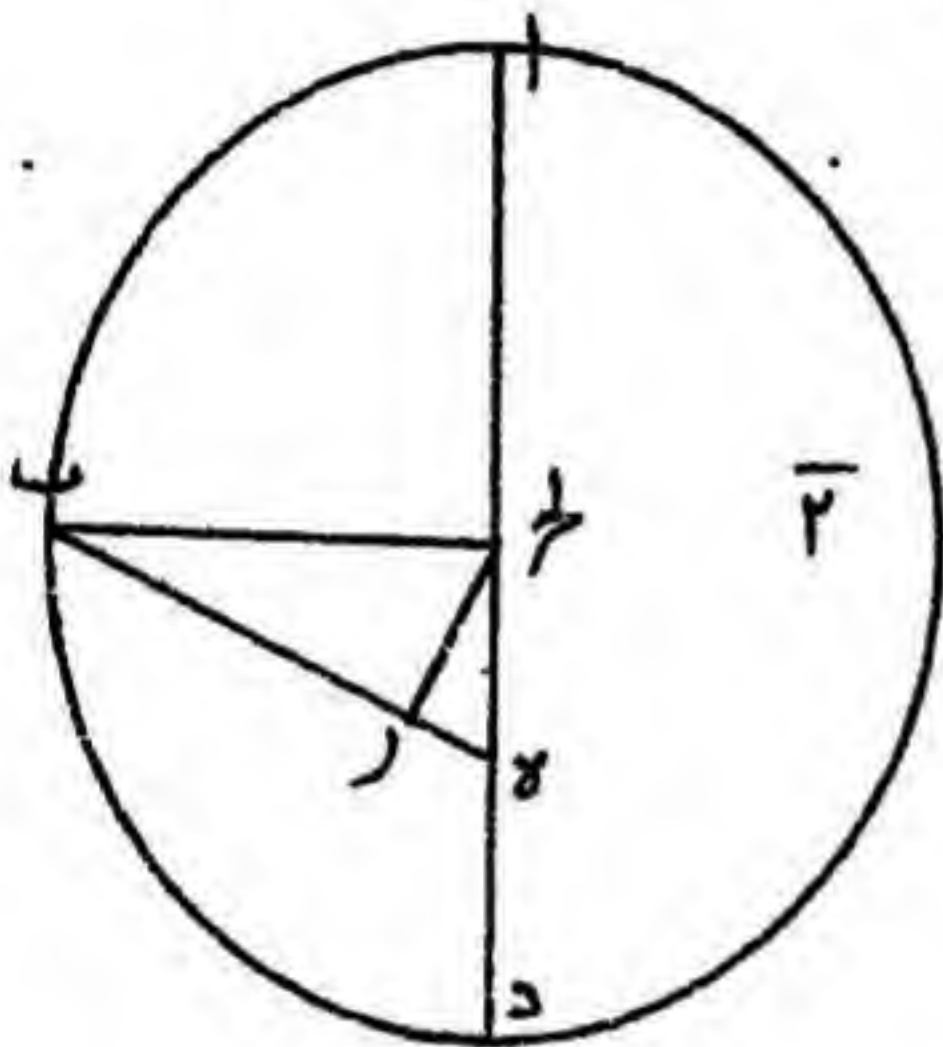
الفصل الثانى عشر

في برهان لى على حساب الفرغانى فى علل زيج الخوارزمى

نعيد الفلك الخارج المركز با وضاعه ونزل على - ب ج
عمود - هـ ط - ونقول ان مثلثى - ب ل ج - هـ ط ج - لما تشابهها
كانت نسبة - ط هـ - الى - هـ ج - كنسبة - ب ل - الى - ب ج
فصار - ط هـ - الضلع لذلك معلوما ونسبة - ال - الجيب المنكوس
لحصة - اب - وهو فضل ما بين - ب ج - ل ج - الى - ب ج
كنسبة فصل ما بين - ط ج - هـ ج - الى - هـ ج - وذلك يتبين
بان تزيد على مركز - ج - ويبعد - د هـ - قوس - هـ ج
فيكون - ج ح - مساويا - ل ج هـ - و - ط ح - فضل ما بينهما
ولتشابه مثلثى - ط هـ ج - ل ب ح - تكون نسبة - ال - الى
ب ج - كنسبة - ط ج - الى - ج هـ - فيكون - ط ج - معلوما
ونسقطه من - ج ح - فيبقى - ط ج - زيده على - ب ج - فى
الصورة الاولى ونقصه منه فى سائر الصور فيحصل - ب ط -
الذى هو الجيب الدائد او الناقص فنضيف مربعه الى مربع - ط هـ

فيجتمع مربع - ب ه - القطر ونسبة - ط ه - الى - ه ب - كنسبة
 ب ج - الى - ج ز - ف ج ز - معلوم وهو جيب التعديل وذلك
 ما اردنا ان نبين •

ش-٩٣



الفصل الثالث عشر

في حكاية برهان صاحب الرسالة التي ظننت انه سليمان

او ابو جعفر على حسابه المختصر الذي ضمنه اياها

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه ونقول قد تبين ان مثلي

ب ل ح - ه ط ز - متشابهان وان نسبة - ب ج - الى - ل ج - كنسبة

ه ج - الى - ط ج - ف ضرب - ل ج - في - ج ه - مساو لضرب

ب ج - في - ي ط - لكن مربع القطر يزيد على مربع - ب ج - ج ه

في الوضع الاول وفي الوضع الثالث والرابع ننقص منهما بضرب

ضرب (١) اعني - ه ج - في - ج ل - فه ب - معلوم بالمقدار الذي

به الجيب كله .

ومعلوم انا اذا ضربنا - ب ل - في - ج ه - وقسمنا

المجتمع على - ب ج - الجيب كله انه يخرج - ط ه - بذلك المقدار

فاذا اردنا تحويله الى المقدار الذي به الجيب كله - ه ب - احتجنا ان

نضرب - ه ط - في الجيب كله ونقسم المجتمع على - ه ب - القطر .

فاذن الواجب اذا تحريتنا الاختصار ان لا تقسم ضرب - ب ل

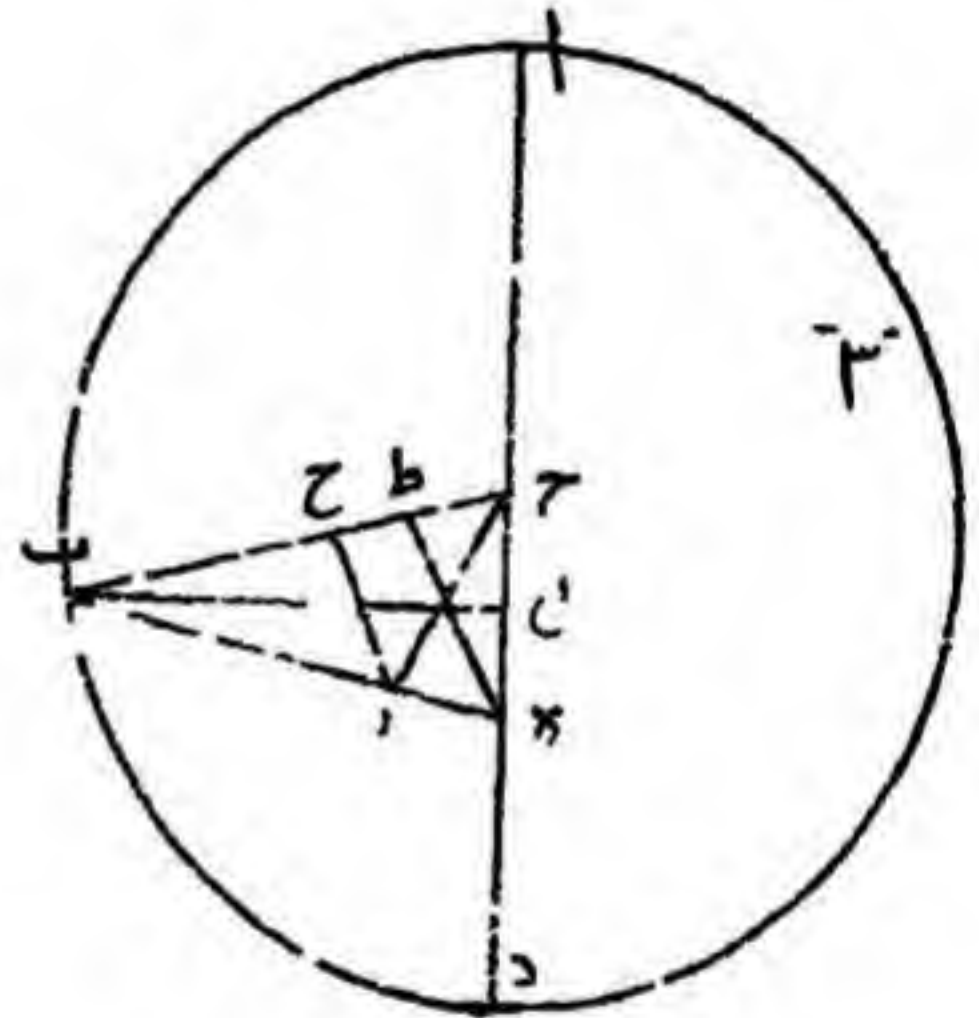
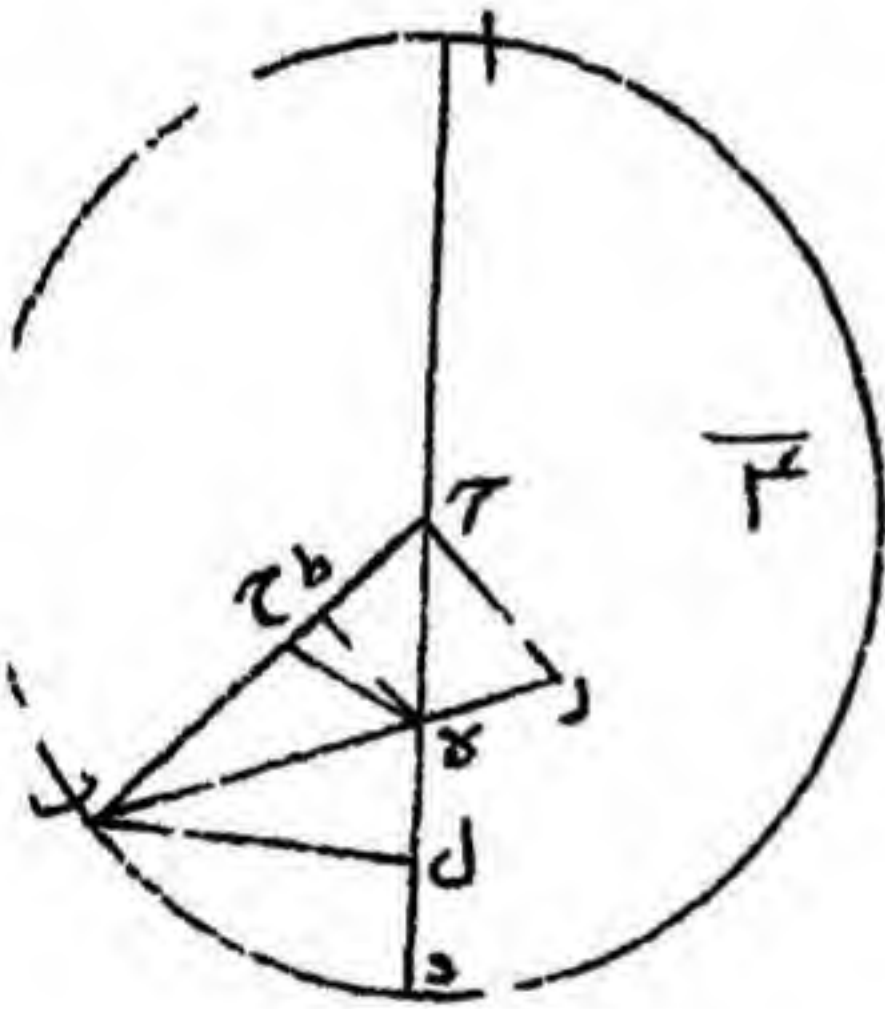
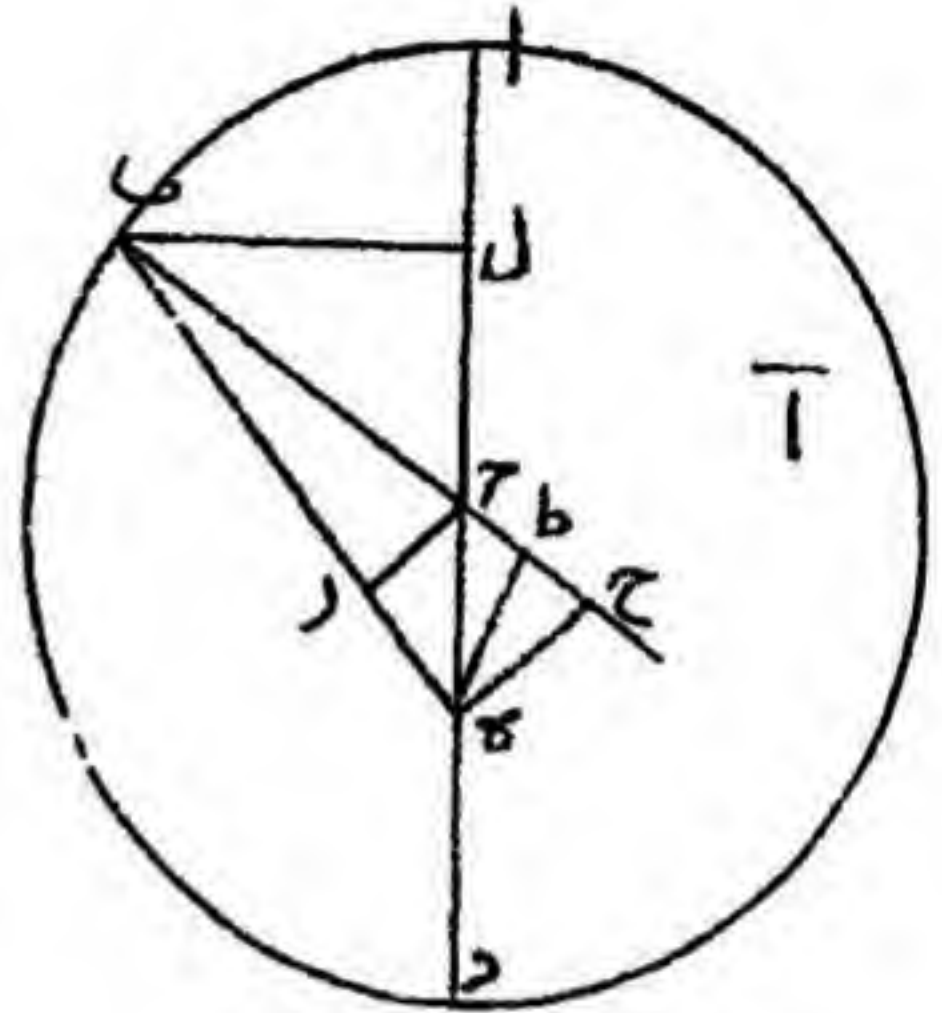
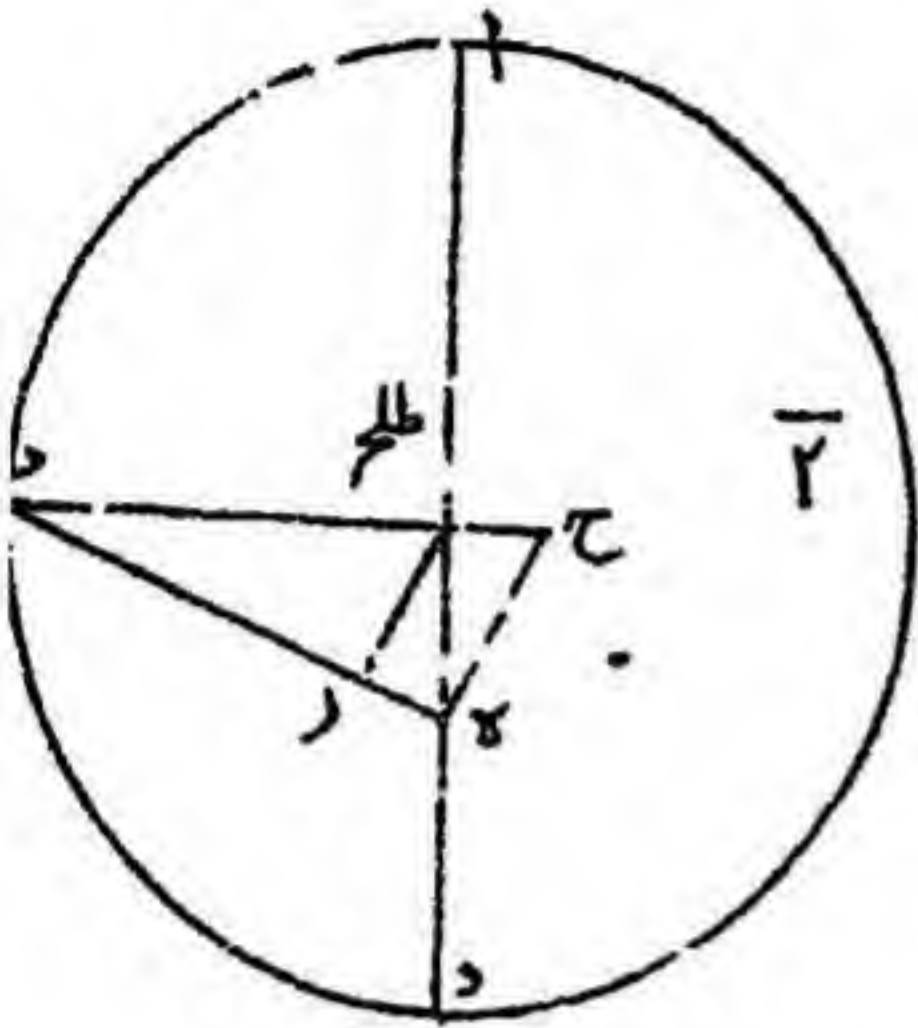
في - ج ه - على - ب ج - الجيب كله فانا نحتاج في التحويل ان

نضرب فيه عمودا على بدى ولكننا تقسم ضرب - ب ل - في - ج

ا - على - ه ب - فيخرج - ط ه - بالمقدار الذي به الجيب كله - ه

ب - وحينئذ يكون - ه ط - نائبا عن - ج ز - وقائما مقامه وذلك

ش-٩٤



الفصل الرابع عشر

في برهان لي على حساب كان اتفق لي

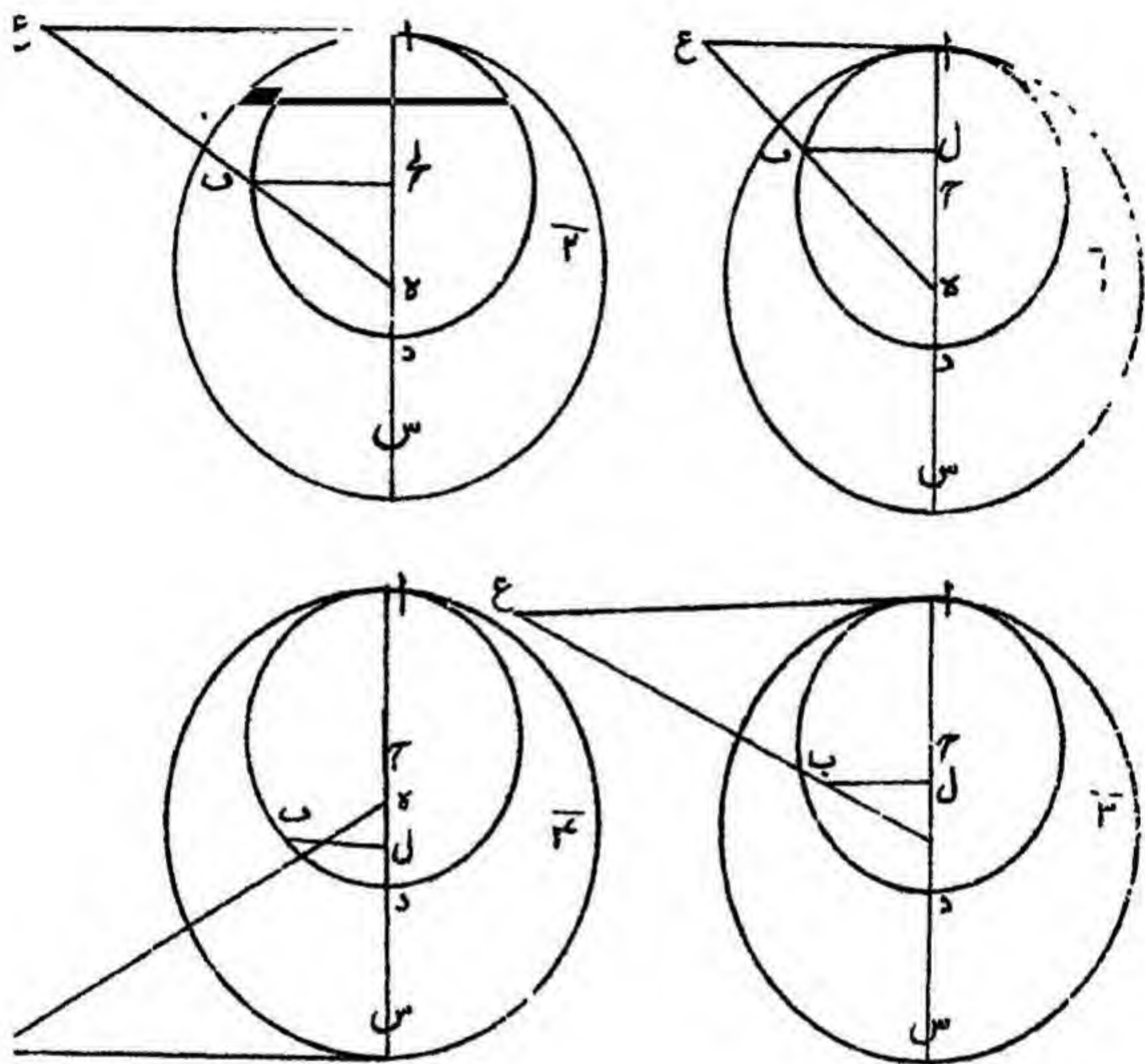
نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه والمثل ونميز على نقطة

١- خطا مما سائر في الاوضاع الثلاثة الاول وفي اخيرها على

ج ك - علي - ب ج - وعمودي - ج ز - علي - ب ه - .
 ومن البين انا اذا ضربنا - ل ج - في - ج ه - وقسمنا المجتمع
 علي - ب ج - خرج - ج ط - لتشابه مثلثي - ب ل ج - ه ط ج
 فاذا زدناه علي - ب ج - في الوضع الاول اجتمع الجيب الزائد
 واذا نقصناه منه في الوضع الثالث والرابع حصل الجيب الناقص وفي
 الوضع الثاني يكون الجيب كله .

وقد بينا في المقالة الاولى ان - ج ز - جيب التعديل في
 الدائرة التي مركزها نقطة - ب - ونصف قطره - ب ج - وتلك
 تكون مساوية لهذا الفلك الخارج المركز واذا كان - ب ج
 نصف قطر الدائرة و - ب - مركزها كان - ج ك - ظل زاوية
 ج ك - (١) التي جيبها - ج ز - ونسبة - ب ج - الى - ج ك
 كنسبة - ب ط - الى - ط ه - ومتى قسم مضروب - ب ج
 في - ط ه - علي - ب ط - خرج - ج ك - لكن نسبة - ب ل
 الى - ب ج - كنسبة - ه ط - الى - ج ه - فمضروب - ب ل
 في - ج ه - مساو لمضروب - ب ج - في - ه ط - فاذا قسم
 مضروب - ب ل - في - ج ه - علي - ب ط - خرج - ج ك
 الذي هو الظل المطلوب للتعديل وذلك ما اردنا ان نبين .

ش-٩٦



الفصل السادس عشر

في علل الطرق الحائده عن نهج الصواب مما ذكرها اصحاب

الزيجات وغيرهم في حل التعديل •

اما ما ظن بالحوارزمي في عمل تقطيع التعديل فانه موضوع

ان نسبة جيب الحصه الى جيب ما يخصها من التعديل كنسبة الجيب

كله

كله الى ما بين المركزين فلنعدله الفلك الخارج المركز باوضاءه
 ونخرج خط - ه ج - يوازي - ج ز - و - ج ك - عمودا على
 ه ج - ويقاطع - ه ب - على - ع - فيكون - ج ك - جيب
 قوس - ب ج - ومثلثا - ج ه ك - ب ل ج - متشابهان لأن
 زاويتا - ل - ك - قائمتان وزاويتا - ب ج ل - ج ه ك
 متساويتان من اجل ان زاوية - ب ه ج - مساوية لزاوية التعديل
 وهي زاوية - ج ب ه - فاذا زيدت على زاوية - ج ب ه - التي
 هي - ب ه ل - اجتمع زاوية مساوية لزاوية الوسط وهي زاوية
 ب ج ل - فنسبة - ب ج - الى - ب ل - كنسبة - ه ج - الى
 ج ك - فبج ك - هو الذي يخرج ج بهذا العمل لأن جيب - ج ز
 الذي هو جيب التعديل بالحقيقة •

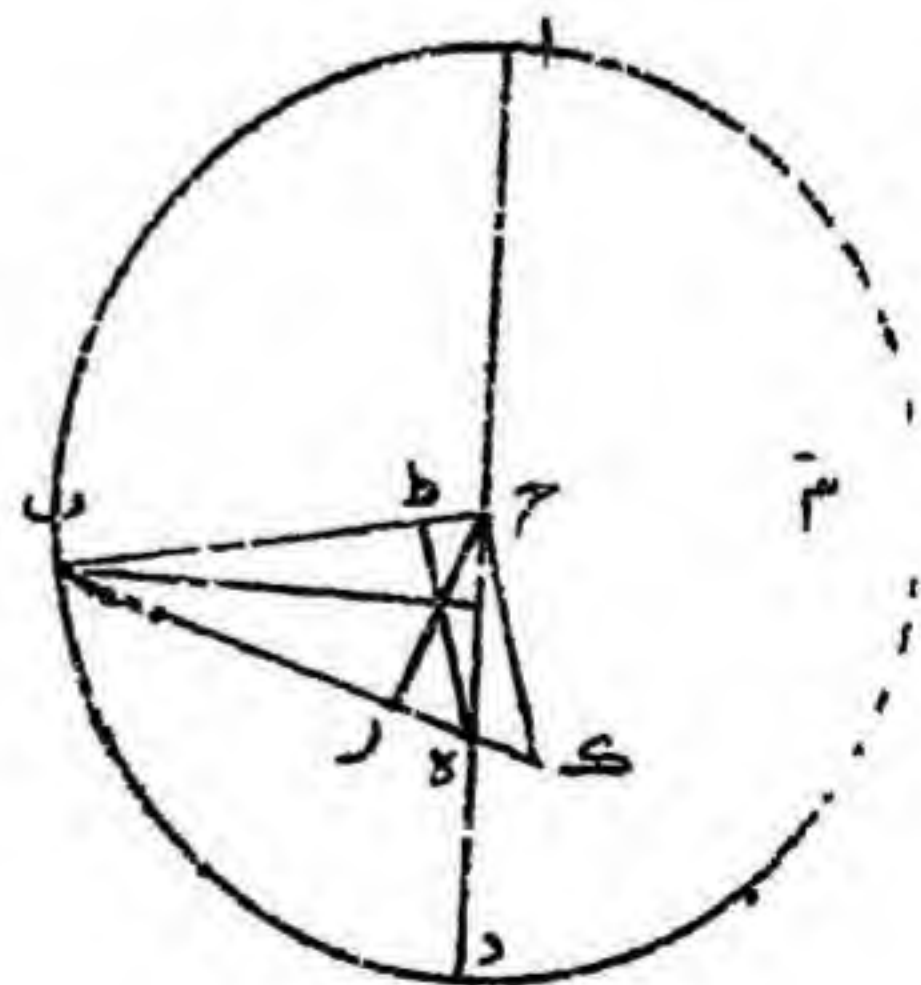
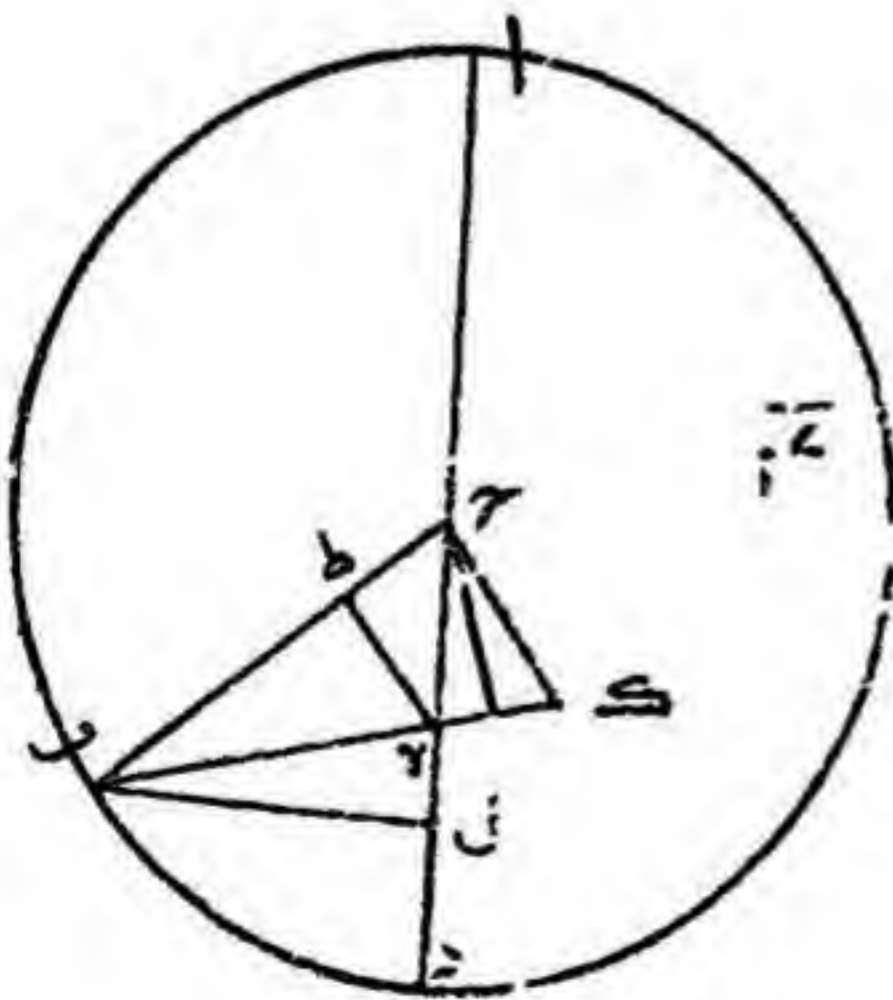
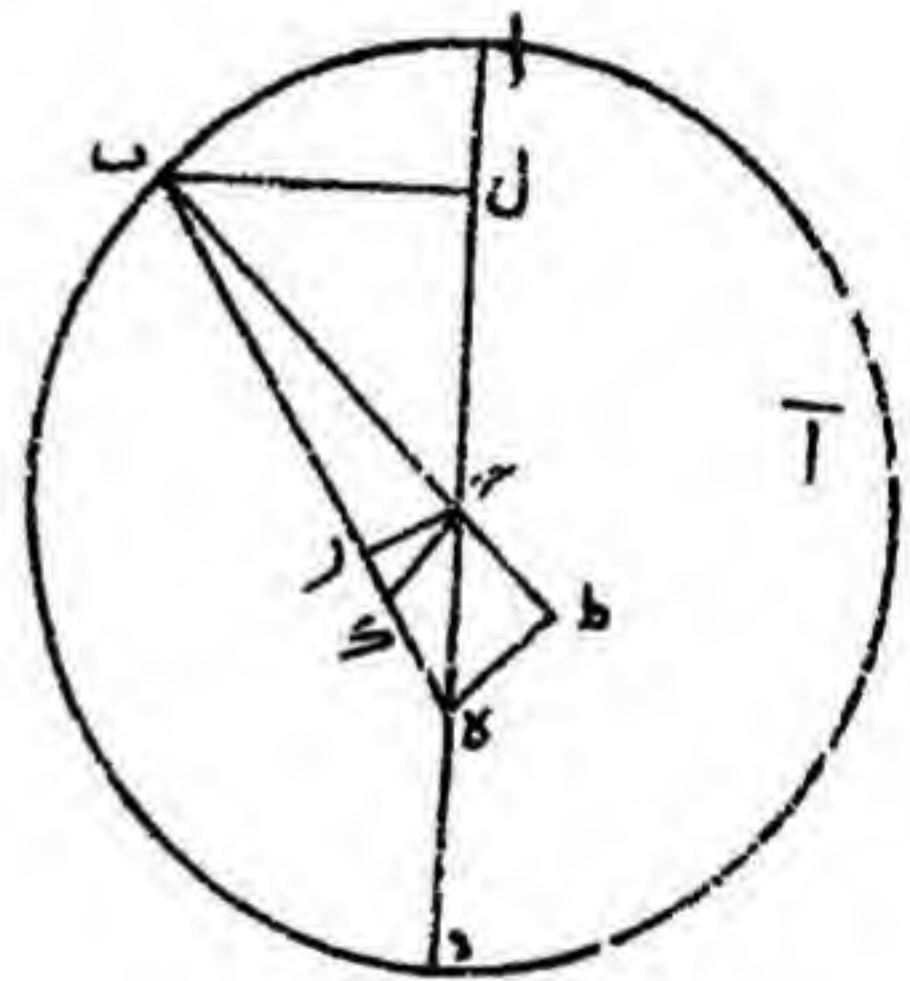
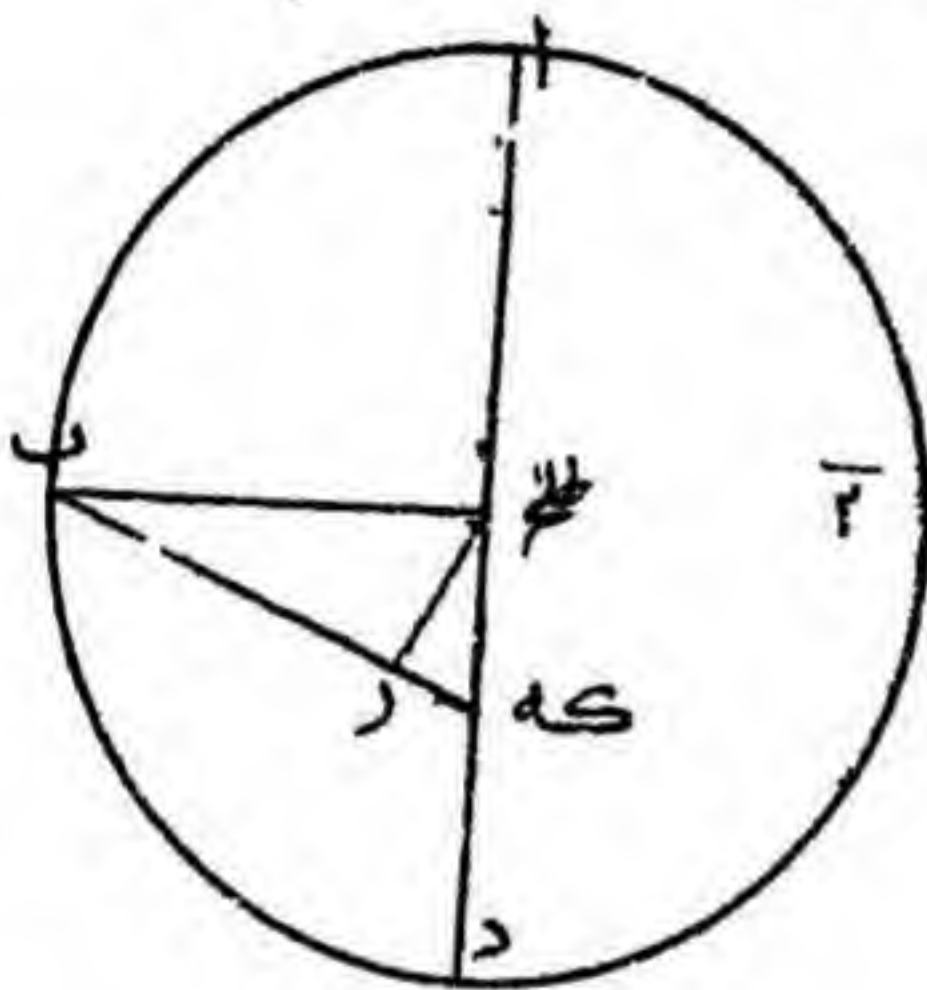
اما في الوضع الاول والثاني فانه يكون اعظم من الواجب
 لأن زاوية - ج ز ع - قائمة - فبج ع - اطول من - ج ز - فبج
 ك - اطول بكثير من - ج ز - الذي هو جيب التعديل بالحقيقة •
 واما في الوضع الرابع فانه يكون اصغر من الواجب لأنها
 اذا وصلنا - ك ز - كانت زاوية - ج ك ز - منفرجة لزيادتها
 على - ج ك ه - القائمة فضلع - ج ز - الذي يوتر المنفرجة
 اطول من - ج ك - الذي يوتر الحادة •

فاما في الوضع الثالث فيمكن ان يكون اعظم وان يكون

اصغر وان يكون مساويا له حين يتفق ان يكون هـ كـ هـ ز
متساويين فليس هذا الاساس بموافق للحق •

وايضا فان نسبة ب ل الى ب هـ كنسبة ج ز
الى ج هـ فلو كان ب هـ الجيب كله لكان يخرج ج بهذا
التناسب حقيقة المطلوب ولكن ب هـ ليس الجيب كله فليس
ج ز بمناسب لـ ج هـ على تلك النسبة وذلك ما اردنا ان نبين •

ش - ٩٧



والذي ذكره عمر بن الفرخان الطبري من ذكر تقطيع
التعديل بالميل فانه اعتقد في اصله ان نسبة ميل الحصة الى الميل
الاعظم على انه ثلاث وعشرون درجة واحدى وخمسون دقيقة كنسبة
جيب تلك الحصة المطلوبة الى التعديل الاعظم على انه درجتان
واربع عشرة دقيقة ثم جنس مقدار الميل الاعظم من جنس الدقائق
وضرب في دقائق التعديل وقسم على دقائق الميل وذلك ضرب من
الهذيان ومظنون منه ان يقسم التعديل على اجزاء الفلك الممثل
دون الفلك الخارج وعلى هيئة اتقسام الميل عليه .

وقد بينا في المقالة الاولى ان هذا التقطيع واقع على ربع الفلك
الخارج المركز مضافا اليه التعديل الاعظم حيث ذكرنا ان اعظم
زوايا التعديل يكون عند ربع الفلك الممثل فليس ما ظن فيه كذلك .
وعلى مثله ما حكيناه عن بعض من حام حول تحليل الخوارزمي
فانه اعتقد ان نسبة ميل الحصة الى الميل الاعظم كنسبة تعديل الحصة
الى التعديل الاعظم وما زاد على ان احد مقدار نسبته الى ستين
كنسبة التعديل كله الى الميل الاعظم حتى اذا ضرب ميل الحصة
لم يحتاج الى قسمة على الميل الاعظم بل يرفعه الى ما ارتفع .

واما ما حكيناه عن الفزارى فان الجيب كله بكر درجات السند
هندس ثلاثة الاف ومائتان وسبعون ونسبته الى مائة واربعة وثلاثين
وهي دقائق التعديل الاعظم كنسبة الف وستمائة وخمسة وثلاثين الى

سبعة وستين •

وعلى هذه النسبة وضعت نسبة جيب الحصاة الى تعديلها
وضعا لاحقيقة كما تقدم ذكره فلو كان يأمر بضرب جيب الحصاة بتلك
الكر درجات في مائة واربعة وثلاثين اوفى سبعة وستين ويقسم المجتمع
على ثلاثة الاف ومائتين وسبعين اوعلى الف وستمائة وخمسة وثلاثين
لكان يخرج له التعديل على ذلك الوضع والاساس •

فاما بهذه الاعداد فيؤدى الامتحان فيها والاستقراء الى مخالفة
ذلك الوضع والاصل ففيها خطأ او تصحيف ولاهى ايضا بكر درجات
الارجهر (١) فان الجيب فيها ثلاثة الاف واربع مائة وثمان وثلاثون
وذلك ما اردنا الابانة عن فساد •

واذا انطقت البراهين انيرة الاستفادة من الخطوط المساحية
على صحة اعمال ثم وقع في حاصلها المستخرج بالحساب تفاوت يسير
غير واقع من جهة سهو الحساب، فليعلم ان ذلك من قبل ما فى الجيوب
والاوتار من التقريبات اللاحقة بها من عدم الوصول الى حقائق بعض
الاجزاء كوتر الجزء الواحد من ثلاثمائة وستين من الدور والاوتار
المستخرجة منه ومن قبل التساهل فى الجذور والصم وتكرر ذلك فى
استعمال الاوتار •

واذ قد استوفينا البراهين الهندسية على ما قدمناه من
الحسابات العددية فلنختم هذه المقالة بعون الله وتوفيقه •

المقالة الرابعة

في معرفة ما تقدم ذكره بصنوف

الاشتراكات الواقعة بينها

اما اذا كانت هذه الاشياء التي باشرت بها في المقالات المتقدمة حصصا وتعاديل جزئية الحصص ومقومات تحصل من استعما لها وكان من المعلوم عدم الوصول من واحد منها فقط الى الوقوف على سائرها وجب ايقاع الاشتراك بينها ليقترن فينتج .

ولما كان ظاهرا انه لا يقع اقتران بين سمتين منها لامتناع وجوده او وجود مثله في وقت واحد حصل من اقتراناتها ستة قران فقط الحصة مع كل واحد من التعديل الكلى والجزئى والمقوم فتلك ثلاثة والتعديل الكلى مع الجزئى والمقوم فتلك اثنان والتعديل الجزئى مع المقوم فذلك واحد وبمجموعها ستة قران .

ومن الواجب ان نختتم الكتاب بتفصيل ذكرها لنستوعب الفن الذى خضنا فيه ونحن فاعلون ذلك بعون الله وتسديده .

القران الاول

اما هذا القران فقد فرغنا منه في المقالات المتقدمة وذلك انا فرضنا في المقالة الثانية والثالثة كل واحد من الحصة والتعديل الكلى معلوما وقصرنا الكلام على استخراج التعديل الجزئى

والمقوم واعادة القول فيه فصل •

القران الثانى

والمفروض فى هذا القران معلوما هو كل واحد من الحصص
وتعديلها فلنخط له الفلك الخارج المركز على مركز -- ج -- ونخرج
فيه القطر الذى يحذاء وجهه وحضيضه •

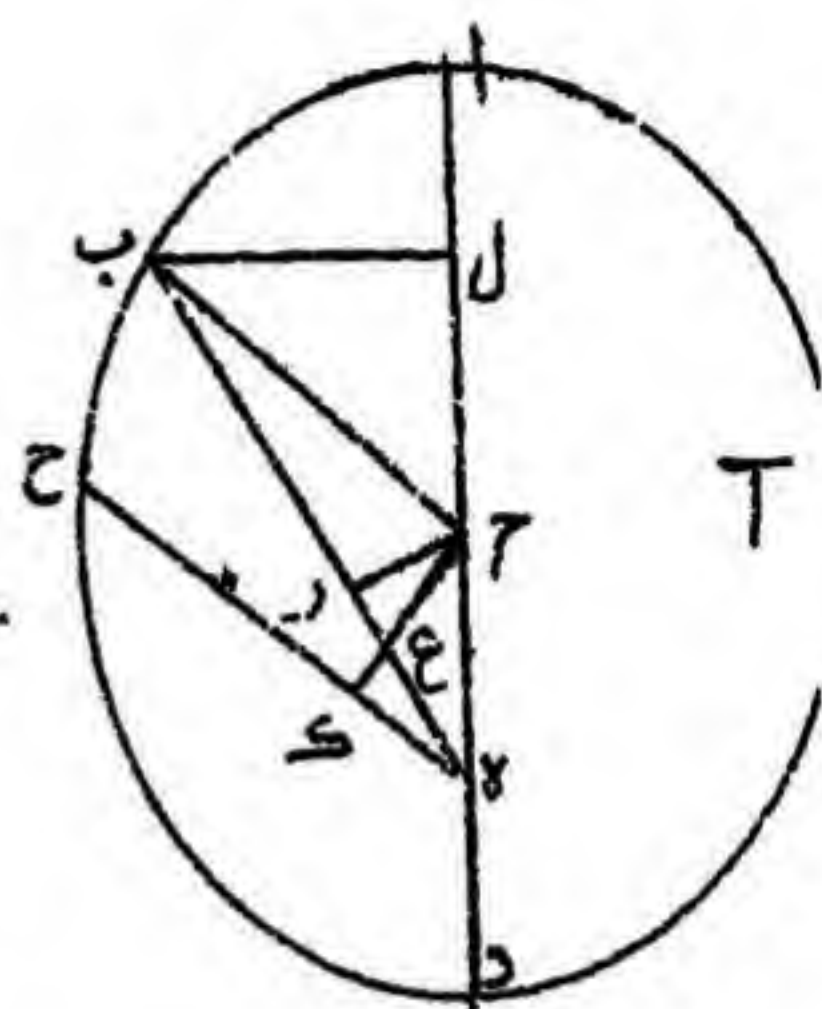
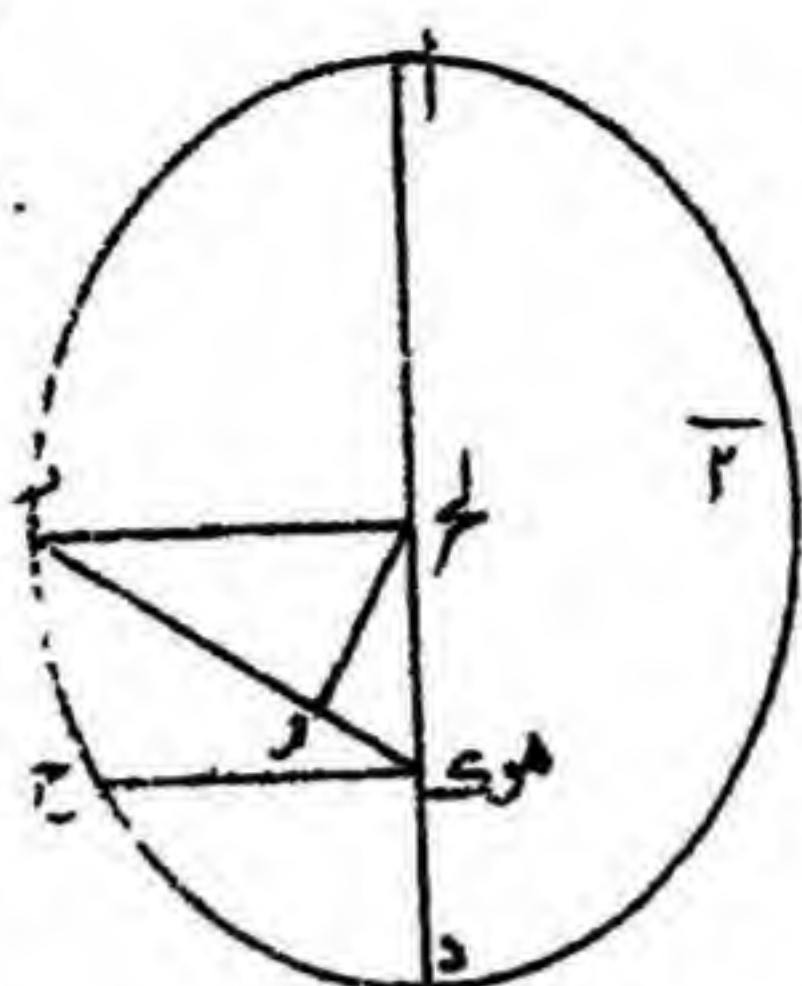
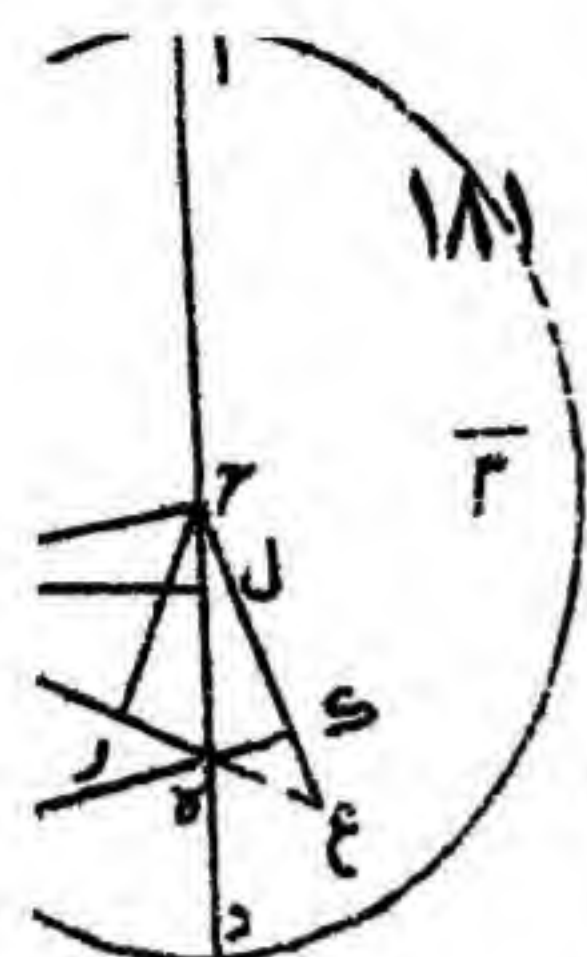
وليكن -- ا ج ه د -- ومركز الفلك المثل نقطة -- ه --
ونفرض الحصة المطلوبة -- اب -- ونصل -- ب ج -- ب ه -- وننزل
عمود (١) على -- ب ه -- فيكون لما قدمناه جيب التعديل الحصة -- ا
ب -- ومن البين ان الحصة اذا كانت معلومة وكان تعديلها معلوما
فان المقوم معلوم ونسبة -- ب ل -- جيب الحصة الى -- ل ه -- الجامع
او الفضله كنسبة -- ج د -- جيب تعديل الحصة الى -- ز ه -- فتى
ضربنا الجامع او الفضلة فى جيب تعديل الحصة وقسمنا المجتمع
على جيب الحصة خرج -- ه ز -- وخط -- ه ج -- يقوى عليه وعلى --
ج ز •

فاذا جمعنا مربعا ما خرج الى فرض بينهما خط -- ه ز --
معترضا بينهما سواء كان عمودا عليهما او لم يكن وفرض بين تقطى
زد -- نقطة -- ح -- ووصل -- ا ط ح -- •

(١) ما خرم فى الاصل

استخراج الاوتار

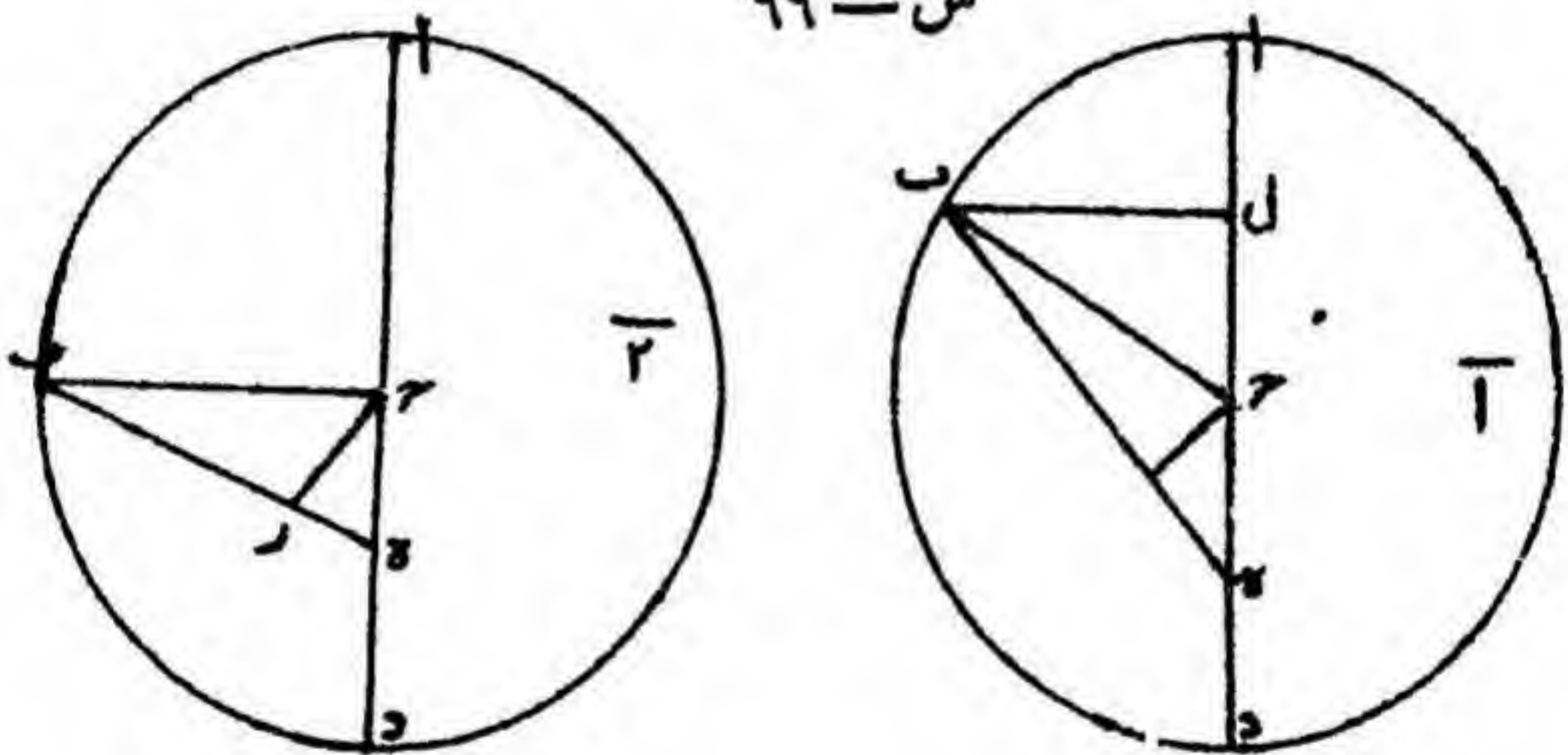
ش - ٩٨



ومعلوم انه اذا علم على خط - ج د - فيما وراء نقطة - ح - كنقطتي
 ك م - ووصل بين نقطة - ا - ابدأ وبين كل واحدة منها ان الخط
 الواصل يقطع خط - ط هـ - فيما بين خط - ا ب - والخط الآخر
 الواصل بين - ا - وبين النقطة التي هي اقرب الى - ح - مثل خط
 ا ل ك - فانه قطع - ط هـ - على - ل - فيما بين خطي - ا ط ح
 ا هـ ب - وكذلك خط - ا س م - يقطعه على - س - فيما بين خطي
 ا ل ك - ا هـ ب - واحداث النقط على خط - ح د - ممكن ان ييناها
 فكذلك خط - ط هـ - لا يغني ولا يتناها بالخطوط الخارجة من
 نقطة - ا - الى كل واحدة من النقط المحدثه فانه لو قى لتركب
 الخط الذي يخرج بعد فنائه على خط - ا ب - فوازي خط - ج د
 وقد اخرجناه ملاقيا له على نقطة مفروضة فخط مواز لخط آخر
 يلتقيان في احدي جهتيهما هذا خلف فبعد - ط هـ - متجريء الى مالا
 نهاية له بمتادير بعضها اصغر من بعض وذلك ما اورده الكندي .

فاما اعتراضه ادام الله عزه وقوله ان تقارب خطين متوازيين
بكليتهما مع عدم تلافيهما شي لا تعجب سامعه الا ان يتقارب باطرفيهما
فانا مع اعتقادي ان الخطوط المستقيمة تتلاقى في احدى جهتيهما اذا
ارتفع عنها التوازي قائل ان الحال فيما اثبت فيه التعجب وفيما نفاه
عنه سيان وذلك ان خطي - اب - ج د - المتوازيين اذا ثبت عنده
امكان تقاربهما بالكلية كما تقدم وارتفع الالتقاء عنهما كانت خطوط
اب - هي خط - اب - الاول عند اختلاف مواضعيه بالحركة
وخطوط - ج د - هي خط ج د - الاول وقد اختلفت اوضاعه
عند الحركة .

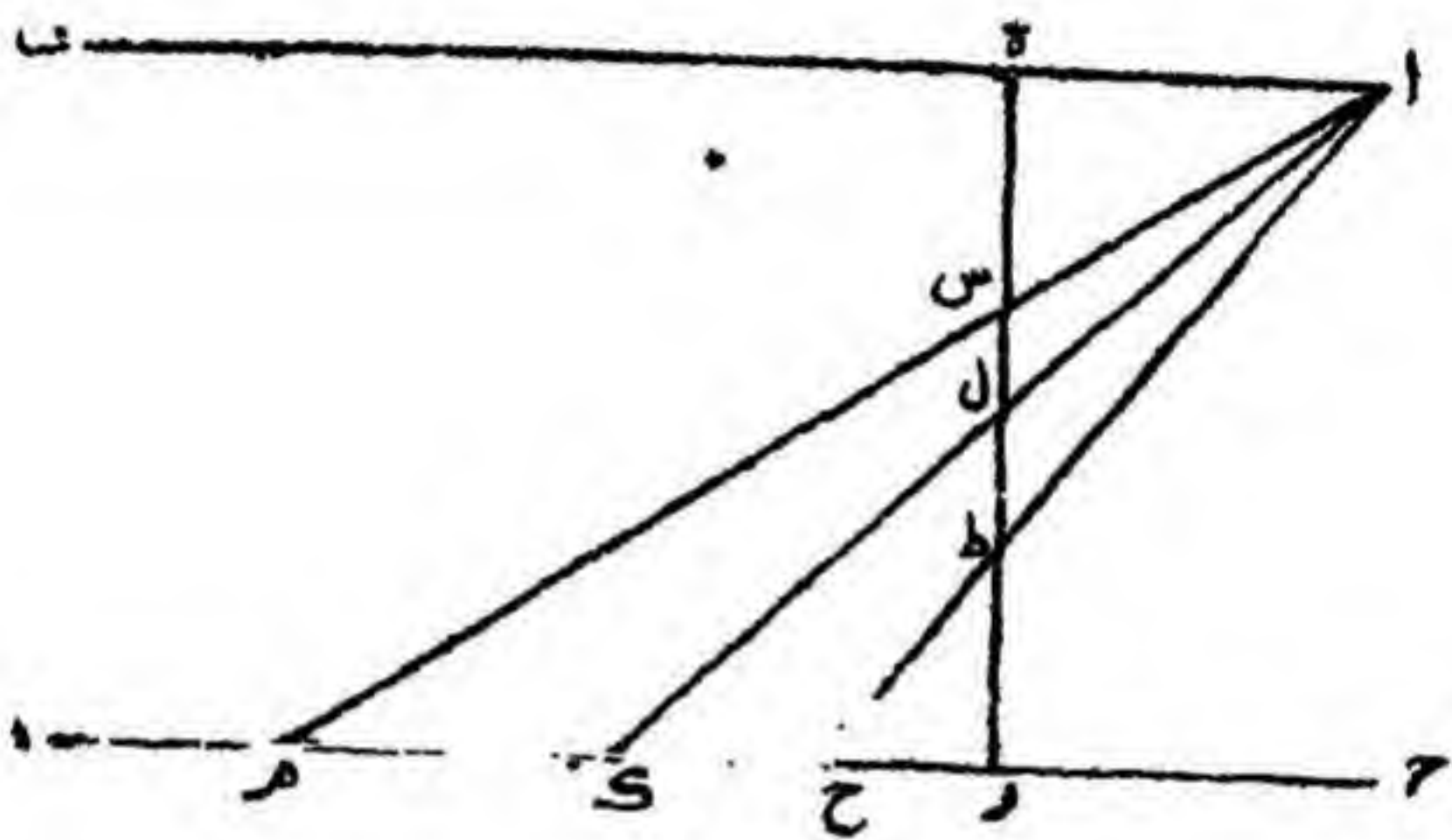
ش - ٩٩



ومعلوم ان خطوط - اب - وخطوط - ج د - تتكاثران الى ما لا نهاية
له ويبقى بينهما ابداء بعد لم يقطعه ولا احدهما واذا كان الامر كذلك
وامكن في خطوط - اب - احداث نقط كنقط - ه ز ح ط ك
بحيث ينتظامها خط مستقيم وامكن ايضا في خطوط - ج د - احداث
كنقط

كنقط - ل م ن س ع - بتلك الشريطة فليت شعري متى يتلاقى
هذان الخطان اللذان ينظمان في استقامتهما تلك النقطة فان كان هذا
هو شرط التعجب فقد صححته فليفعلى .

ش - ١٠٠

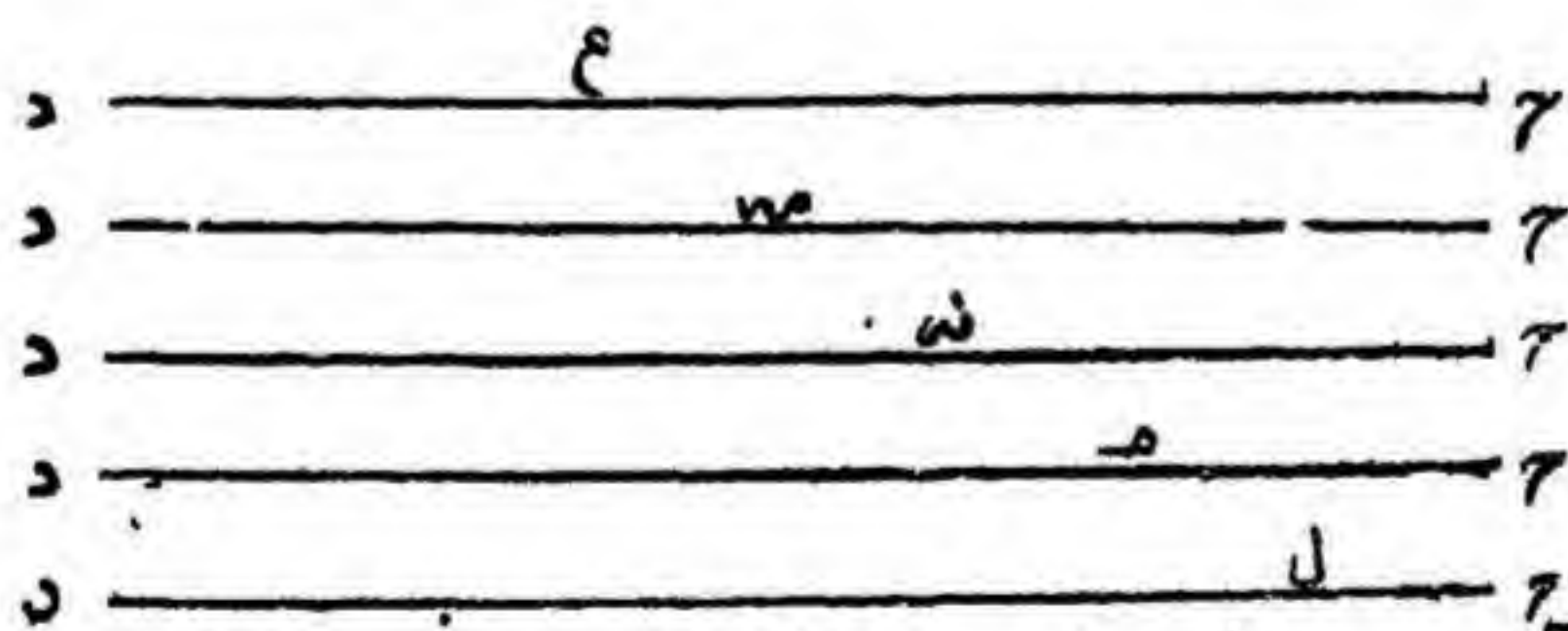
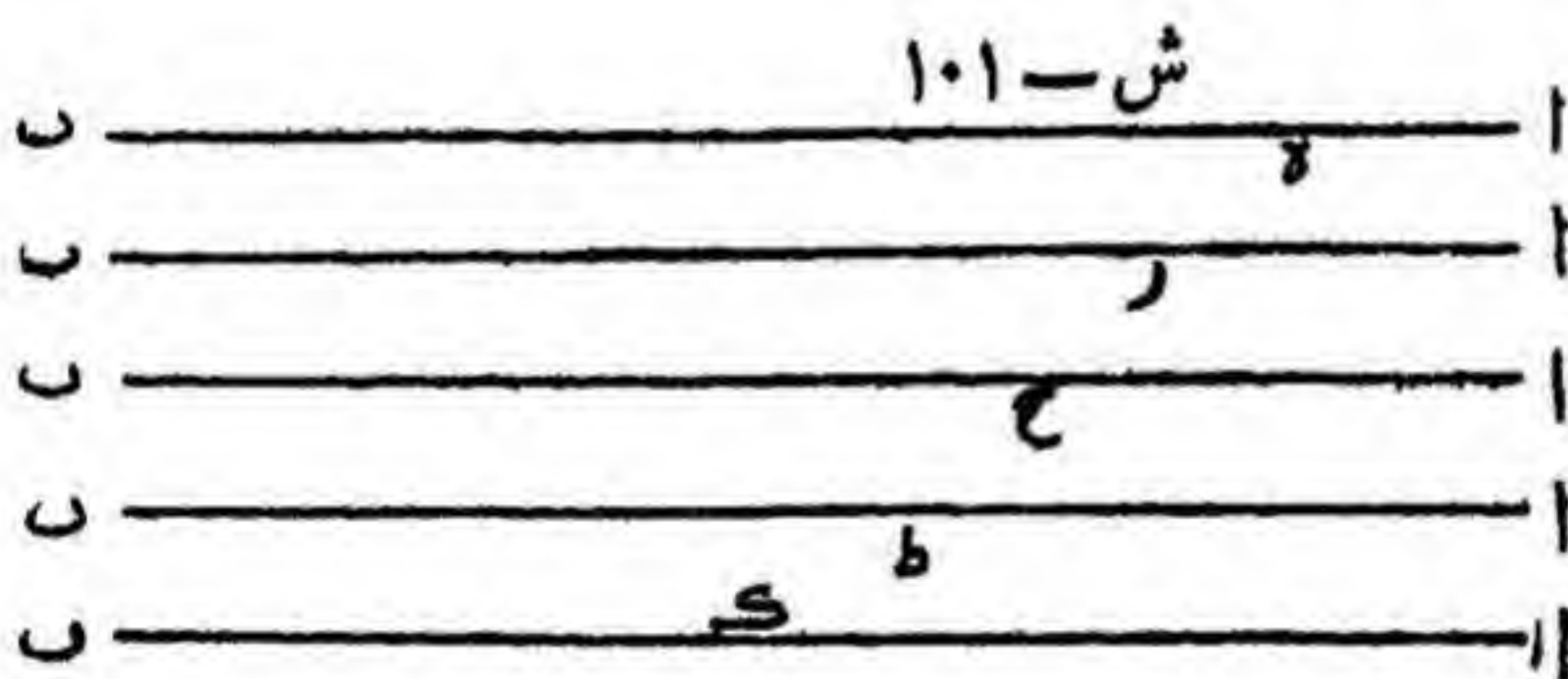


وان عاقه عن ذلك اقران الحركة بالشكل فاني اجرده
عنها، واقول متى امكن وجود مقادير متصا غرة الى مالا نهاية له
وليكن هي للمثال خطوط - ج - د - ه - ز - ح - ط - ك
ل - م - ونحن اذا اقمنا اعظمها وليكن - ج - على نقطة - ا -
من خط - ا ب - المستقيم ثم اقمنا الذى يتلوه فى العظام وهو - د
بجنبه موازيا - - ا ب - ثم اقمنا ايضا بجنبه موازيا له خط - ه

التالى - لد - فى العظم اقامة تمكن ان تمر على رؤسها التى فى
خلاف جهة خط - اب - خط واحد مستقيم وفعلنا ذلك بتلك
المقادير المتصاغرة غير المتناهية مع حفظنا شريطة الوضع لم يتناه
نصبنا لها اذهى غير متناهية فى العدد واذا لم يتناه فتى يلقى الخط
المستقيم المار على رؤس تلك المقادير خط - اب - المستقيم وذلك
ما يحتاج الى الا بانه عنه .

ولوجود هذه الاقدار المتصاغرة وايضا ح خطين مستقيمين

عنه متوازيين يتقاربان ولا يلتقيان .

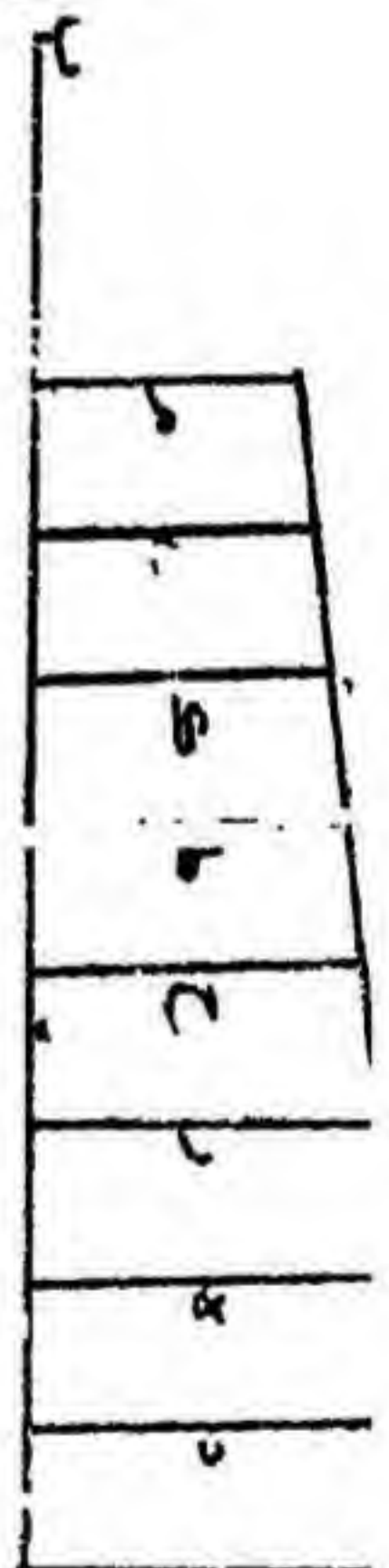


وجه آخر، وهو ان نقرض مربع - اب ج د - ونخرج ضلعي

ا د ز ج - على استقامتهما فى جهتي - ا ب ج - ونعلم على خط - د ا

المخرج على استقامته نقطة - ه - ونخرج منها خطا يجوز على نقطة

ب - فط ص - معلوم السطح الذى يحيط به خطا - ط ج - ج ص



مثل مربع خط -- ج ص -- المعلوم وخط -- ط ص -- معلوم فاذن
خط -- ج ص -- معلوم وقد كانت تبين ان خط -- ال -- معلوم
و -- ل ص -- معلوم -- فا ج -- معلوم •

د -- دائرة -- اب ج د -- فيها قطر -- اب -- ووتر -- ه ز -- ح ط
متوازيان قائمتان على القطر وخط -- ه ح -- معلوم وكل واحد من
اج ب د -- معلوم كيف نعلم باقى القطر •

لنا طريقتان فى هذه المسئلة احدهما هكذا نصل -- ا ح
ونخرج عليه عمود -- ه ك -- فلان كل واحد من خطى -- ا د -- د
ب -- معلوم تكون نسبة ضرب -- اب -- فى -- ب د -- الى ضرب
اب -- فى ا ج -- معلوما لكن ذلك كنسبة مربع -- ج ب -- الى
مربع -- ا ه -- فنسبة مربع هذين الخطين احدهما الى الآخر معلومة
فنسبة -- ا ه -- الى -- ج ب -- معلومة •

وايضا لأن نسبة -- ا م ح -- الى -- ج د -- كنسبة -- ج ب
الى -- ب د -- لكن نسبة -- ح ا -- الى -- ح د -- كنسبة -- ا م
الى -- م ج -- لأن -- م ج -- يوازي -- د ج -- اذا كانا عمودين على
خط -- اب -- فنسبة -- ا م -- الى -- م ج -- كنسبة -- ج ب -- الى
م د -- فلتكن نسبة -- ج ب -- الى -- ب د -- كنسبة -- ا ه -- الى
ل -- فاذن نسبة -- ا ه -- الى -- ل -- كنسبة -- ا م -- الى -- م ج
لكن لان نسبة -- ج ب -- الى -- ب د -- مثل نسبة -- ا ه -- الى

ل - بالتبديل تكون نسبة - ج ب - الى - ا ه - التي قد بينا انها معلومة كنسبة - د ب - الى - ل - فنسبة - د ب - المعلوم الى ل - معلومة - فل - معلوم •

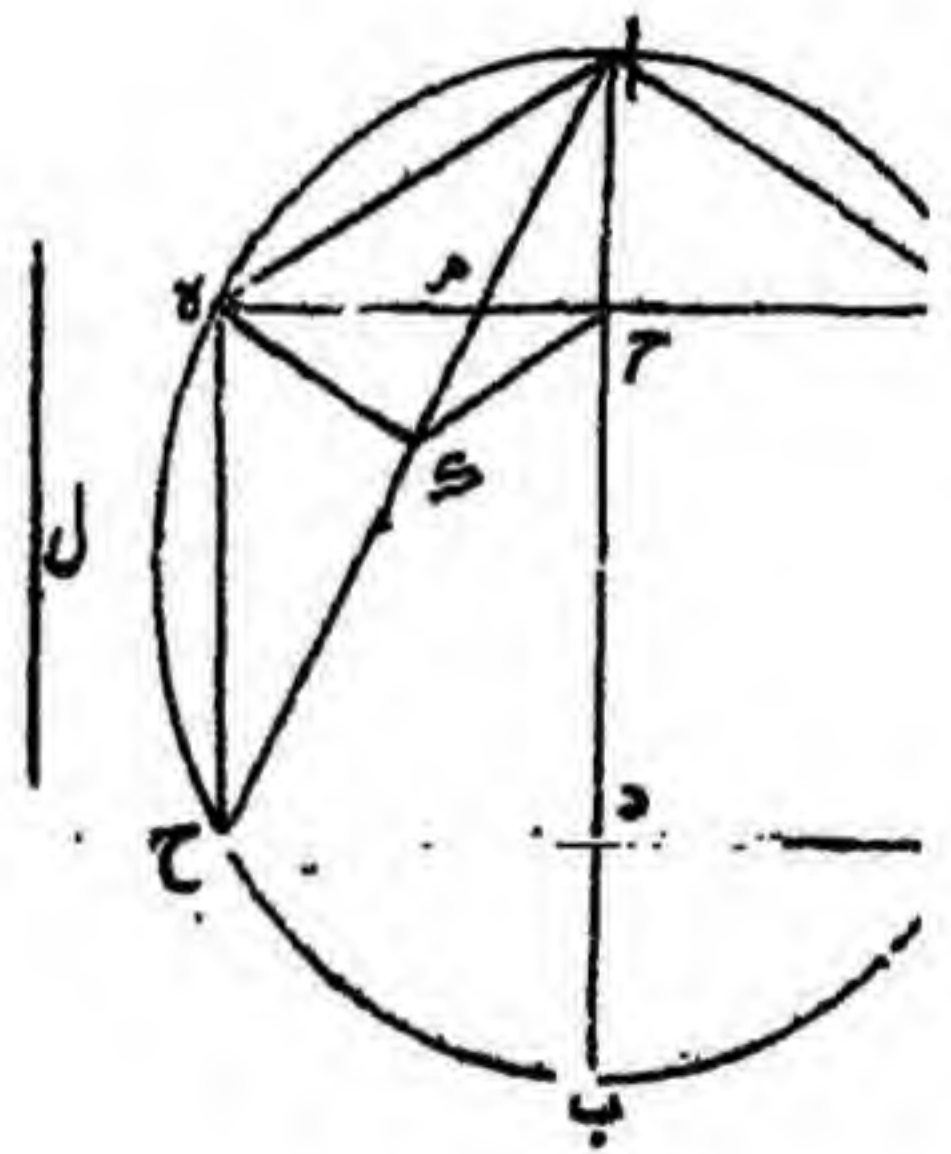
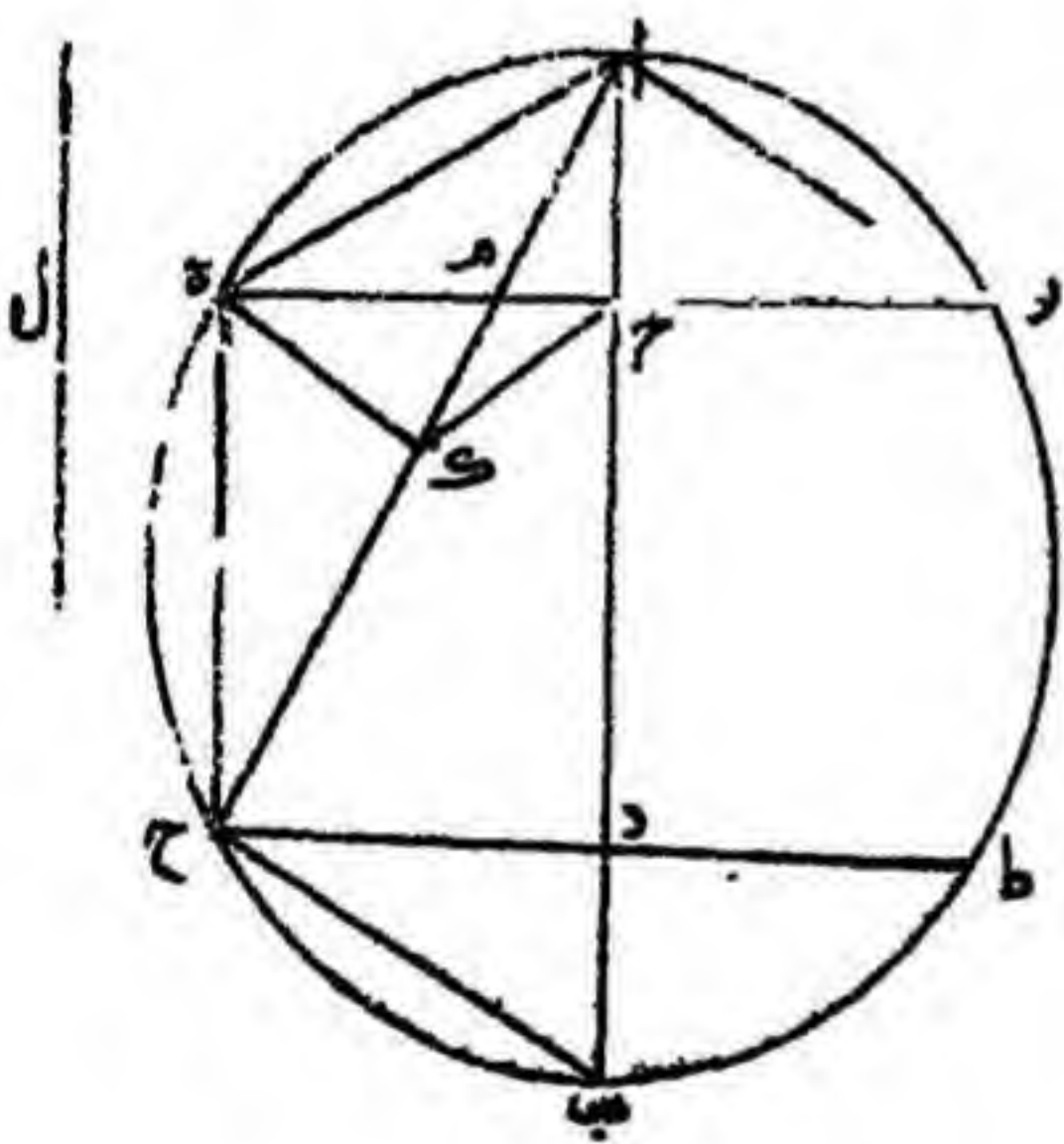
وايضا لأن زاوية - ه ك م - قائمة وزاوية - ا ج ه - قائمة وزاويتي - ا م ج - ه م ك - متساويتان تكون مثلثا - ا م ج م ك ه - متشابهين فنسبة - ا م - الى - م ج - كنسبة - ه م - الى م ك - لكن اذا وجدت هذه الخطوط على انها اضلاع مثلثي - ا م ه - م ج ك - كان واجبا من قبل تناسبها ومن قبل ان زاويتي - ا م ه - ج م ك - متساويتان ان يكون مثلثا - ا م ه - م ج ك - متشابهين ولذلك تكون نسبة - ا م - الى - م ج - كنسبة - ا ه - الى - ك ج - لكن نسبة - ا م - الى - م ج - كانت مثل نسبة - ا ه - الى ل - فنسبة - ا ح - الى - ل - مثل نسبته الى - ك ج - فل المعلوم مثل - ك ج - فك ج - معلوم ولأن قطر - ا ب - يقسم وتر - ه ز - بنصفين تكون قوس ا ه - مثل - قوس - ا ز - فزاوية ا ز ه - مثل زاوية - ا ه ز - وزاوية - ه ح ا - هي مثل زاوية - ا ز ه - لانهما في قطعة واحدة فاذن زاوية - ه ح ا - مثل زاوية - ا ه م وزاوية - ه ا ح - مشتركة فتبقى زاوية - ا م ه - مثل زاوية - ا ه ح - فمثلثا - ا م ه - ا ه ح - متشابهان فنسبة - ح ا - الى - ا ه ا كنسبة - ه ح - الى - ه م - فان بدلنا صارت نسبة - ا ح - الى

هـ ح - كنسبة - هـ ا - الى - هـ م - التى هى كنسبة - كـ ج - الى
 م ك - فاذن نسبة - كـ ج - الى - م ك - مثل نسبة - ا ح - الى - هـ ح
 ف ضرب - هـ ح - المعلوم فى - كـ ج - المعلوم مثل ضرب - ا ح - فى
 م ك - ف ضرب - ا ح - فى - م ك - معلوم فاذن فضل مربع - ا ح
 على ضرب - ا ح - فى - ا م - وضرب - ا ح - فى - كـ ح - معلوم
 لأن ذلك وهو ضرب - ا ح - فى - م ك - المعلوم .

وايضا لأن مثلثى - ا م هـ - ا هـ ح - متشابهان يكون ضرب
 ا ح - فى - ا م - مثل مربع - ا هـ - فاذن فضل مربع - ا ح - على
 ضرب - ا ح - فى - كـ ح - وكل مربع - ا هـ - معلوم ولكن
 مربع - ا هـ - مثل مربع - ا كـ - وضرب - ا ح - فى - كـ
 ح - مثل ضرب - ا كـ - فى - كـ ح - مع مربع - كـ ح - ففضل
 مربع - ا ح - على مربعات - ا كـ - كـ هـ - كـ ح - وضرب
 ا كـ - فى - كـ ح - معلوم فيسقط مربعى - هـ كـ - كـ ح - المعلوم
 لأنهما مثل مربع - هـ ح - المعلوم يبقى الفضل بين مربع - ا ح
 وبين ضرب - ا كـ - فى - كـ ح - مع مربع - ا كـ - معلوم
 ولكن ضرب ذلك الفضل هو ضرب - ا ح - فى - كـ ح
 ف ضرب - ا ح - فى - كـ ح - معلوم وكان ايضا ضرب - ا ح - فى
 م ك - معلوما ف ضرب - ا ح - فى - م ح - معلوم فاذن فضل
 مربع - ا ح - على ضرب - ا ح - فى - ا م - معلوم ف ضرب

اح - في - ام - مثل مربع - اه - ففضل مربع - اح - على مربع
 اه - معلوم واما مربع - اح - فهو مثل ضرب - ب ا - في اد
 واما مربع - اه - فهو مثل ضرب - اب - في - ا ج - فيكون
 الفضل المعلوم هو ضرب - اب - في - ج د - ولكن فضل
 اب - على - ج د - معلوم لأنه مجموع خطي - ا ج - ب د
 المعلومين فيصير باقي القطر معلوما .

ش - ١٠٢



واما طريقنا الآخر فيها

فهو ان نبين ان خط - ك ج - معلوم كما بينا ثم ولأن زاوية - ا
 هـ ج - مثل زاوية - هـ ج ا - وزاويتي - اح ا - هـ ك ح - قائمتان يصير
 مثلثا - اه ج - كه ح - متشابهين ومن قبل تناسب اضلاعهما يصير
 ضرب - ا ج - المعلوم في - هـ ح - المعلوم مثل ضرب - اه - في - هـ

ك

ك - ف ضرب - اه - في - ه ك - معلوم وضرب - ك ج - في - ج
 ا - معلوم فنسبة احدهما الى الآخر معلومة وهى مؤلفة من نسبتى
 اه - الى - ك ج - ومن - ه د - الى - ا ج - فلما نسبة - اه - الى
 ك ج - فهى مثل نسبة - ه م - الى - م ك - وامان نسبة - ه ك - الى
 ا ج - فهى كنسبة - م ك - الى - م ج - فالنسبة المؤلفة من نسبتى
 م ه - الى - م ك - ومن - م ك - الى - م ج - معلومة وذلك
 هونسبة - ه م - الى - م ج - فنسبة - ه م - الى - م ج - معلومة
 وعلى الترتيب نسبة - ه ج - الى - ج م - معلومة .

ولأن نسبة - اد - الى - د ح - كنسبة - ح د - الى د ب
 ونسبة - ا ج - الى - ج م - كنسبة - اد - الى - د ح - فتصير
 نسبة - ا ج - الى - ج م - كنسبة - د ح - الى - د ب - ف ضرب
 ا ج - في - د ب - المعلوم مثل ضرب - م ج - في - د ح - ف ضرب
 م ج - في - د ح - معلوم ونسبة - ه ج - الى - م ج - معلومة ف ضرب
 ه ج - في - د ح - معلوم .

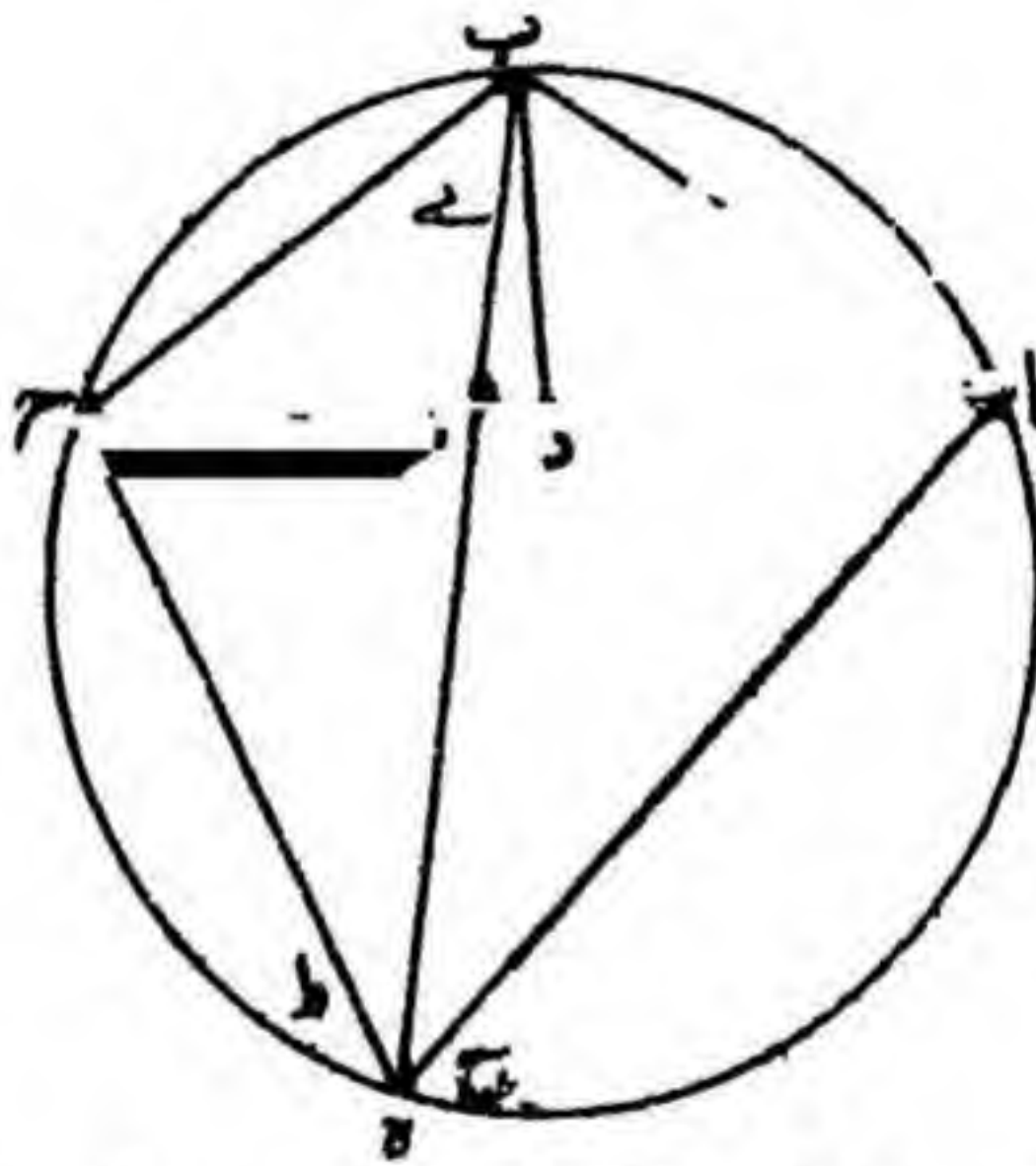
ولأن نسبة مربع - اه - الى مربع - ل ح - معلومة تكون
 نسبة مربعى - ا ج - الى - ج ا - الى مربعى - ب د - د ح - معلومة
 فان نقص منها مربعا - ا ج - د ب - المعلومين بقى الفضل بين مربع
 د ح - بين سطح نسبته الى مربع - ه ج - معلومة .

فليكن السطح الذى له النسبة الى مربع - ه ج - المعلوم

وهو مربع - ح ز - ففضل ما بين مربعي - ح ز - د ح - معلوم لكن
نسبة - ح ز - الى - ه ج - معلومة وضرب - ه ج - في - د ح -
معلوم فيصير ضرب - د ح - في - ح ز - معلوما وفضل ما بين
مربعيهما معلوم فكل واحد منهما معلوم •

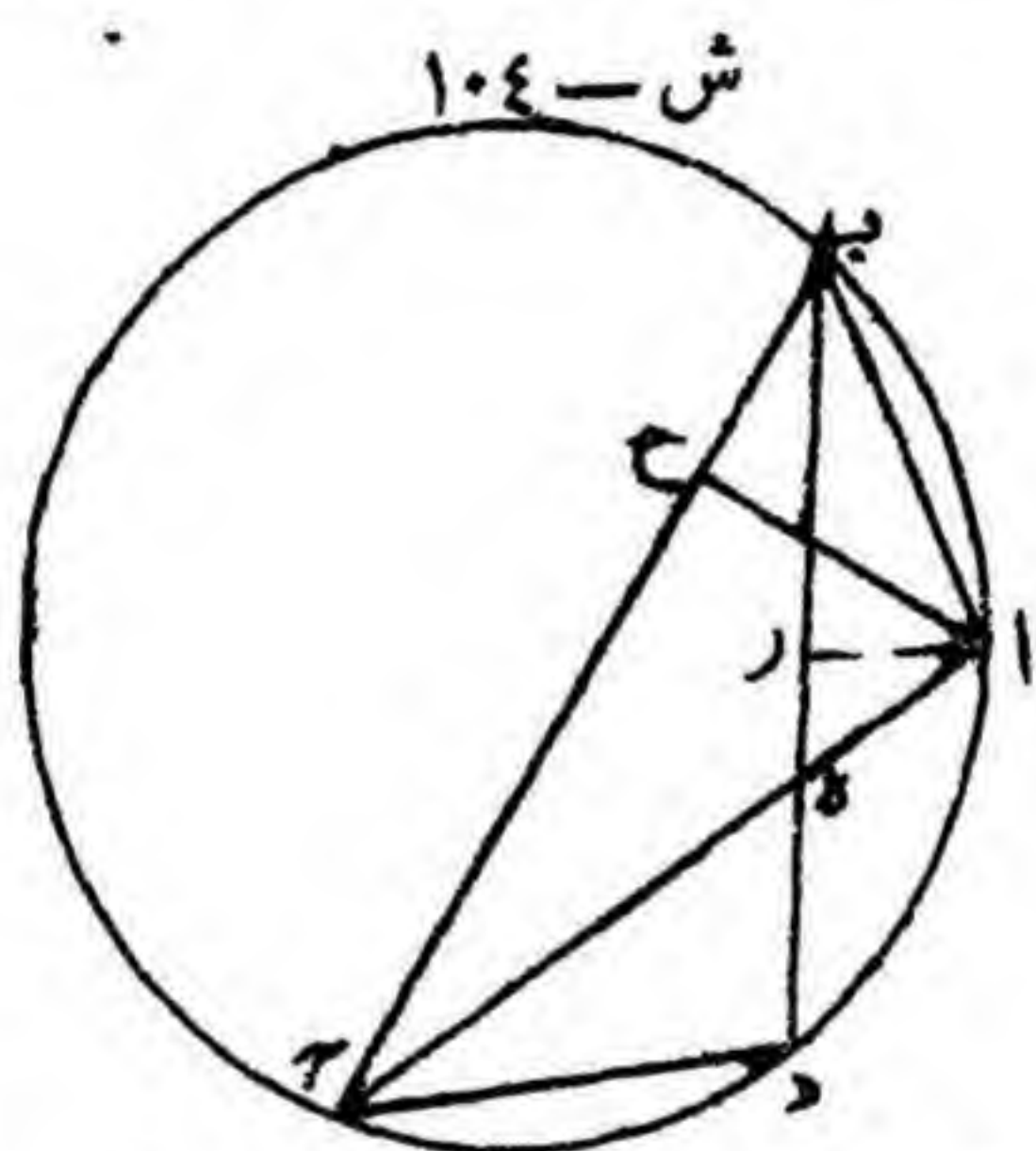
ولأن - د ح - معلوم يصير مربعه مربع - ب ز - على مربع
ز د - معلوما لأنه مثل مربع - ب د - المعلوم •

ش - ١٠٣



وقد بينا ان نسبة مربع - د ز - الى مربع - ز ج - معلومة
فاذن فضل مربع - ب ز - على سطح له الى مربع - ز ج - معلومة
معلومة ومربع - ه ز - مع سطح له الى مربع - ز د - نسبة معلومة
معلوم فاذن مربع - ب ز - مع سطح له الى مربع - ز ه - نسبة
معلومة معلوم وقد كان ضرب - ب ه - في - ه ز - معلوما فنضيف
ذلك ونضيف اليه مربع - ب ز - مع سطح له الى مربع - ز ه - نسبة

معلومة فيصير جميع ذلك معلوما وهو مربع - ب ه - مع سطح معلوم
النسبة الى مربع - ه ز - فليكن ذلك السطح هو مربع - ه ي - فربعا
ب ه - ه ي - اذا جمعا معلومان ولأن ضرب - ب ه - في - ه ز - معلوم
ونسبة - ه ز - الى - ه ي - المعلومة كنسبة ضرب - ب ه - في - ه ز
المعلوم الى ضربه في - ه ي - ف ضرب - ه ي - في - ه ب - معلوم
ومربعا اذا جمعا معلومان فكل واحد منهما معلوم •



ولذلك - ه ز - معلوم ف ضرب - ه ز - في - ب ز - معلوم
فلذلك ضرب - از - في - ز ج - معلوم ونسبة - از - الى - ز ج
معلومة فنخط - ا ج - اذن معلوم فثلث - ا ج ه - معلوم الاضلاع
وتحيط به دائرة فهي معلومة القطر •

لابي الحسن إسحاق بن ابراهيم

بن يزيد الكاتب في هذه المسئلة

دائرة - ا ب ج - وقع فيها وتر - د ب - وسهمه وهو - از -

معلوم واخرج من طرفي وتر - دب - خطا - دج - ج ب - فكانا
معلومين •

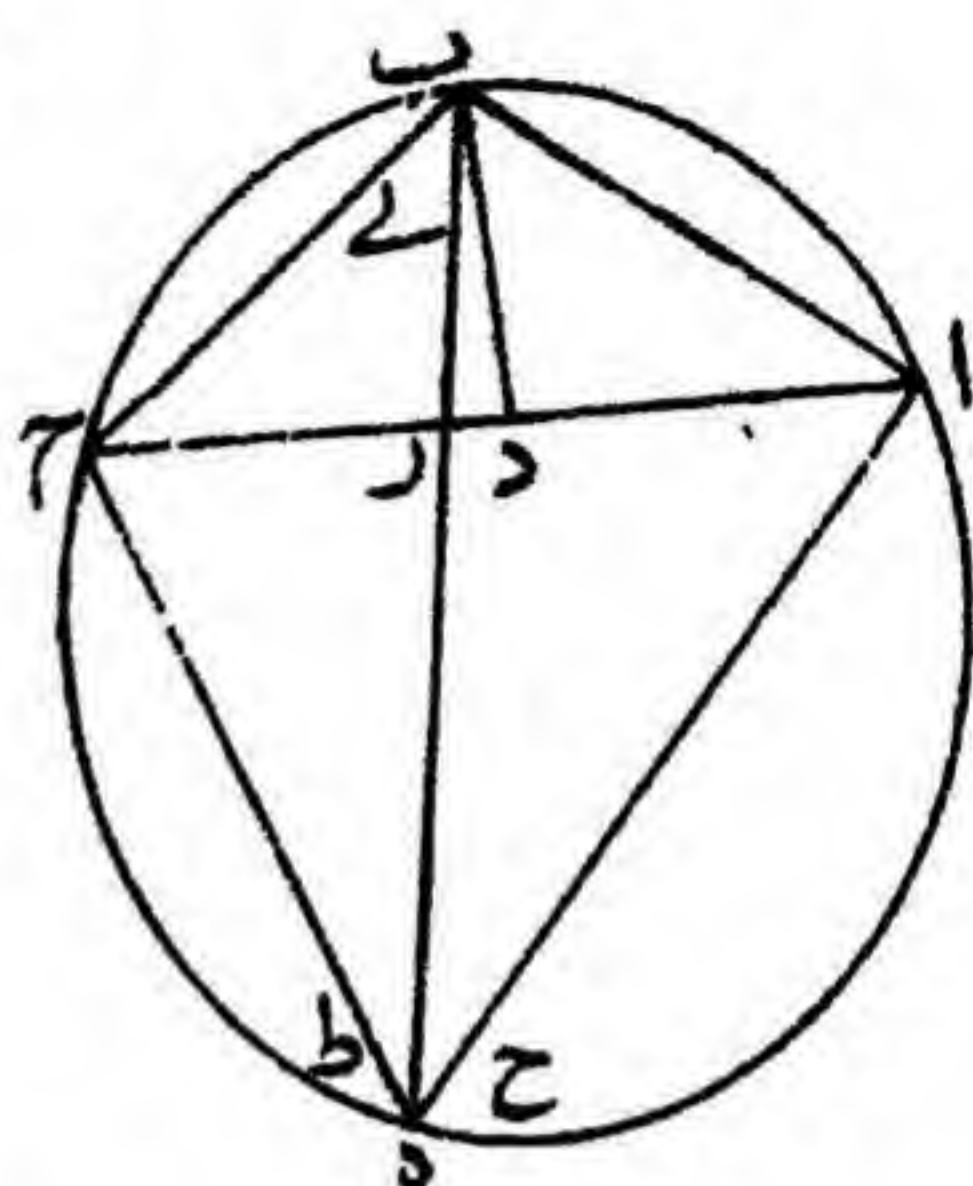
نريد ان نعلم القطر فلأن سهم كل وتر يقسم القوس التي خرج
منها الى الوتر بنصفين فقوس - اد - مثل قوس - اب - ونخرج
من زاوية - د ح ب - خطا الى نقطة - ا - ونصل بين نقطتي - اب
بخط - اب - ونخرج من نقطة - ا - على خط - ح ب - عمود
اح - فلأن قوس - اد - مثل قوس - اب - تكون زاوية
د ح ا - مثل زاوية - ا ح ب - فخط - ح ه - قد قسم زاوية - ح د ب
بنصفين ووقع على قاعدة - دب - فنسبة - ده - الى - ه ب - كنسبة
د ج - الى - ج ب - ونسبة - د ج - الى - ج ب - معلومة فنسبة
ده - الى - ه ب - معلومة و لذلك نسبة - دب - الى كل واحد
من - ده - ه ب - معلومة فنسبة - دب - الى - ه ب - معلومة
وكذلك ايضا نسبة - ب ز - الذي هو نصف - دب - الى - ب ه
معلومة •

وعلى التفصيل تكون نسبة - ب ز - الى - ز ه - معلومة
ومثلثا - ا ح ج - از ب - متشابهان لأن زاوية - ح - قاعمة وزاوية
ا ح ج - مساوية لزاوية - اب ز - فنسبة - ج ح - الى - اح - كنسبة
ب ز - الى - ز ا •

ولأن زاوية - ج ا ح - مثل زاوية - ب ا ز - وزاوية

زاح - مشتركة لزاويتي - ج ا ه - ب ا ز - تكون زاوية - ز ا ه
 مثل زاوية - ج ا ب - و زاوية - ا ج ب - قائمة و زاوية - ا ز ه
 قائمة فبقيت زاوية - ا ل ح - مثل زاوية - ا ه ز - فثلثا - ا ز ه
 ا ح ب - متشابهان فنسبة - ا ح - الى - ح ب - كنسبة - ا ز
 الى - ز ه - فبالمساواة نسبة - ج ح - الى - ج ب - كنسبة
 ب ز - الى - ز ه - المعلومة فهي معلومة و خط - ب ج - معلوم
 فكل واحد من - ب ح - ح ج - معلوم - فب ح - معلوم
 و مجموع مربعي - ا ح - ب ح - مثل مجموع مربعي - ب ز - ا ز
 و - ب ح - ا ز - معلومان ففضل مربع - ب ج - على مربع
 ا ز - معلوم وهو فضل مربع - ب ز - على مربع - ا ح - فهو
 معلوم و ضرب - ج ح - المعلوم في - ا ز - المعلوم وهو ضرب
 ا ح - في - ب ز - ففضل مربع - ا ح - على مربع - ب ز - معلوم
 و ضرب احدهما في الآخر معلوم فكل واحد منهما معلوم و اذا كان
 ب د - معلوما و مربعه مثل ضرب - ا ز - في باقي القطر ف ضرب
 ا ز - في باقي القطر معلوم - و ا ز - معلوم فباقي القطر معلوم و ان
 كان - ا ز - يساوي - ب ح - فاح - يساوي - ب ز - و ضرب
 احدهما الى الآخر معلوم فكل واحد منهما معلوم .

ش - ١٠٥



خط - ا ب - يقسم وهو معلوم بقسمين يكون متى احد
سطح نسبته الى مربع الخط ومربع احد القسمين كنسبة معلومة
وسطح آخر نسبته الى ضرب الخط في ذلك القسم مرتين معلومة
وسطح ثالث نسبته الى مربع القسم الثاني معلومة كانت السطوح
الثلاثة متناسبة .

لنا في ذلك هذا التحليل

لنزل ان خط (١) مستقيم على - ج - كما قبل ونخرج
من - ب - عمود - ب د - وليكن - ن د - مثل - ا ب - فن د
معلوم والسطح الذي نسبته الى مربعي - ا ب - ب ج - اعني - د
ب - ج ب - معلومة نسبته الى مربع - ج د - معلومة فاذن نسبة
سطح معلوم النسبة الى مربع - ج د - الى سطح نسبته الى ضرب
ا ب - اعني - ب د - في - ب ج - مرتين معلومة كنسبة هذا
السطح الى السطح نسبته الى مربع - ا ج - معلومة لكن ان اخرج

عمود - ب ه - كانت نسبة سطح نسبته الى مربع - ج د - معلومة
الى سطح نسبته الى ضرب - ج ب - في - ب د - مرتين اعني - ج
د - في - ه ب - مرتين معلومة كنسبة هذا السطح الى سطح
نسبته الى مربع - ا ج - معلومة فليكن ضرب - ج د - في - ب
ه - مرتين مثل ضرب - ج د - في - ج ز - اعني ان يكون ضعف
ه ب - هو - ج ز - فلان فضل ما بين مربعي - ب د - ب ج
وبين ضرب - ب د - في - ب ج - مرتين هو فضل ما بين مربع
ج د - وضرب - ج د - في - ج ز - وهذا الفضل هو مثل فضل
مربعي - ا ب - ب ج - على ضرب - ب ا - في - ب ج - مرتين
الذي هو مربع - ا ج - فاذن فضل ما بين مربع - ج د - وضرب
ج د - في - ج ز - هو مربع - ا ج - وهو ايضا ضرب - ج د - في
خط - د ز - فضرب - ج د - في - د ز - مثل مربع - ا ج - فاذن
نسبة سطح معلوم النسبة الى مربع - ج د - الى سطح معلوم النسبة
الى ضرب - ج د - في - ج ز - كنسبة هذا السطح الى سطح نسبته
الى ضرب - ج د - في - د ز - معلومة فتكون نسبة مربع - ج
د - الى سطح ما نسبته الى ضرب - ج د - في - ج ز - معلومة
كنسبة هذا السطح الى سطح آخر نسبته الى - ج د - في - د ز
معلومة فاما نسبة مربع - ج د - الى سطح معلوم النسبة الى ضرب
ج د - في - ب د - فهي مثل نسبة خط - م د - الى خط نسبته

الى - د ج - معلوما وذلك مثل ضرب - د ب - في - از - ف ضرب
 د ا - في - ب د - معلوم لأن - د ب - معلوم فيكون - ج د
 معلوما لان - ا ب - معلوم و - ج د - هو باقي القطر •

ولابي يحيى في هذه المسئلة

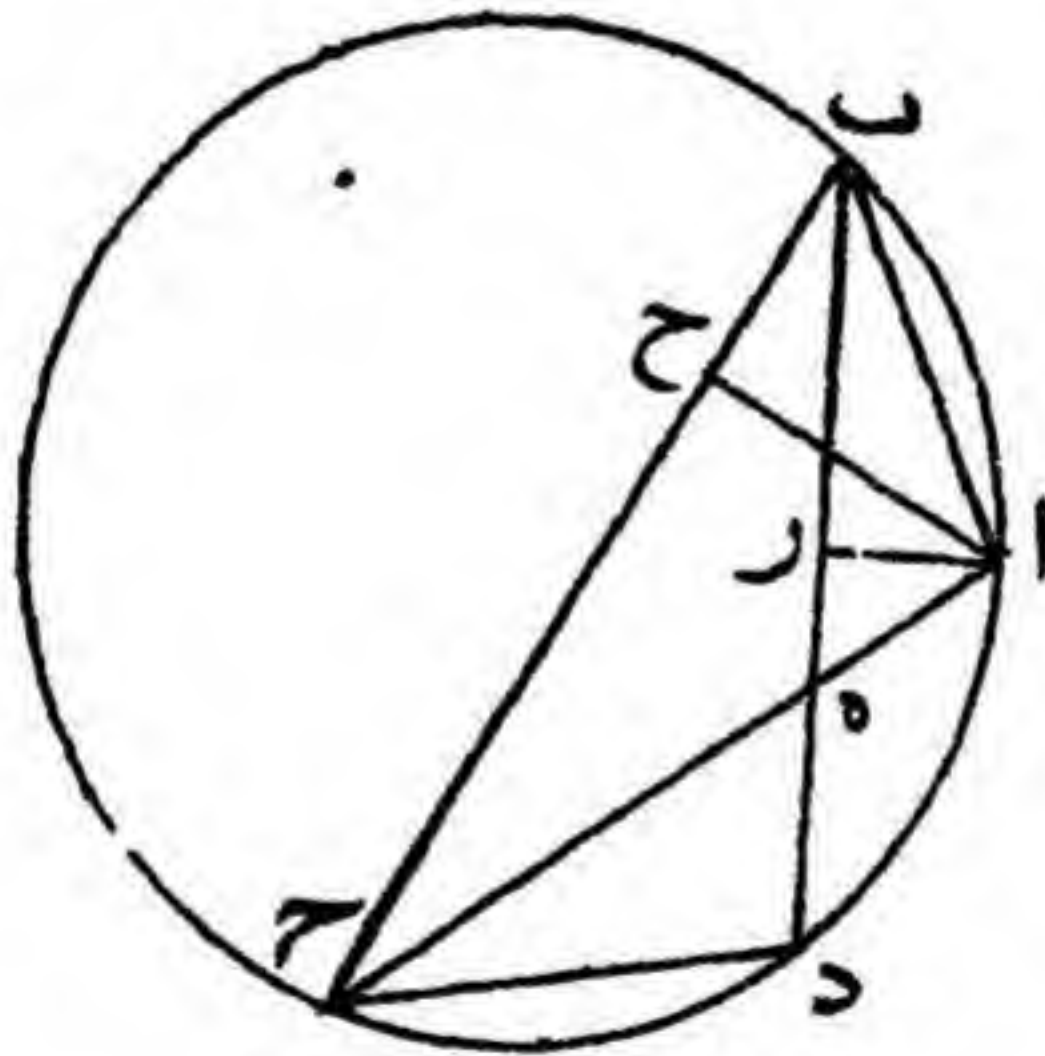
دائرة - ا ب ج د - وقع فيها وتر - ا ب - ج د - متوازيان
 وكل واحد من سهميهما معلوم والخط الواصل بينهما معلوم •
 نريد ان نعلم القطر وسهم وتر - ا ب - ق و - وسهم وتر
 ح د - ي ز - نريد ان نعلم - وز - والخط الذي بين وترى - ا ب
 ج د - المعلوم - ب ج - فلأن سهمى - ق ف - زى - معلومان
 يكون فضل ما بينهما معلوما فنخرج من خط - ا ب - من نقطة
 ب - عمودا على خط - ب د - وننفذه الى - ع - من خط - ج د
 فيكون عمودا عليه وننفذه ايضا الى محيط دائرة - ا ب ج د - الى
 نقطة - ن - وبين بسهولة ان - ع ن - مساو لفضل - زى - على
 ق و - ونصل - ب د - ونفصل منه مثل - ب ج - وهو - ه ب
 ونقيم على نقطة - ه - من خط - ب د - عمودا ونخرجه فيلقى
 ب ع ن - على نقطة - ك - ونصل - ن د - فمثلا - ك ه ب - د
 ع ب - متشابهان ف ضرب - ن و - في - ن ه - مساو لضرب - ك
 ب - في - ع ب - لكن - ه ب - مساو - ا ب ج - و - ضرب
 ب ج - في - ب د - مساو - لضرب - ك ب - في - ع ب - لكن
 ضرب

ضرب - ب ج - في - ب - د - اذ هما ضلعا مثلث - د ب ج
 مثل ضرب قطر دائرة - ا ب ج - في عمود مثلث - د ب ج -
 فك ب - اذن مساو لقطر الدائرة .

ولأن مثلثي - ب ع د - ب ع ج - متشابهان فضرب - ن د
 في - ك ج - مساو لضرب - ب ج - ع ز - لكن - ب ج - معلوم
 و - ع ن - معلوم فضرب - ن د - في - ع ج - معلوم ولأن
 مجموع مربعات - ع ن - - د ع - ع ج - مثل مربع القطر فربعا
 ب ه - ه ك - مساويان لمربعي - ن د - ن ح - و - م ج - مساو
 لن ه - فك ه - مساو - لد ن - ولأن مثلثي - ك ه ب - ك ع ط
 متشابهان تكون نسبة - ك ه - الى - ب ا - كنسبة - ك ع - الى
 ط ع - فضرب - ب ه - في - ك ع - مثل ضرب - ك ه - في
 ط ع - و - ن ه - و - ك ع - معلومين فنسبة ضرب - ن ه - في
 ك ع - المساوي لضرب - ك ه - في - ط ع - الى ضرب
 ب ه - في - ع ز - المساوي لضرب - ك ه - في - ع ج - كنسبة
 ك ع - الى - ع ن - و - ك ع - و - ع ن - معلومان فنسبة - ك ه
 في - ط ع - الى ضربه في - ع ج - معلومة فنسبة - ط ع - الى
 ع ج - معلومة ولأن مجموع مربعي - ط ع - ن ع - مثل مجموع
 مربعي - ن ه - ه ط - ففضل مربع - ن ه - على مربع - ن ع - و
 مربع - ح ع - ولأن نسبة - ط ع - الى - ك ج - معلومة تكون

نسبة فضل مربع - ط ع - على مربع - ع ج - الذي هو مربع
 ه ط - الى مربع - ع ج - معلومة وتكون ايضا نسبة - ط ع
 الى - ه ا - معلومة لكن مثلثا - ل ه د - ك ط ع - متشابهان
 فنسبة - ط ع - الى - ه ط - المعلومة كنسبة - ك ع - الى - ه د
 و - ك ع - معلوم - فه د - معلوم وكل - ب د - معلوم و - ب ج
 معلوم وضرب - ب ج - في - ب د - مثل ضرب - ك د - في
 ب ع - فب ع - معلوم و - ب ع - مثل - وز - فوز - معلوم
 فك ل - في - ق ي - معلوم .

ش - ١٠٦



لابي العلاء بن ابي الحسين في هذه المسئلة

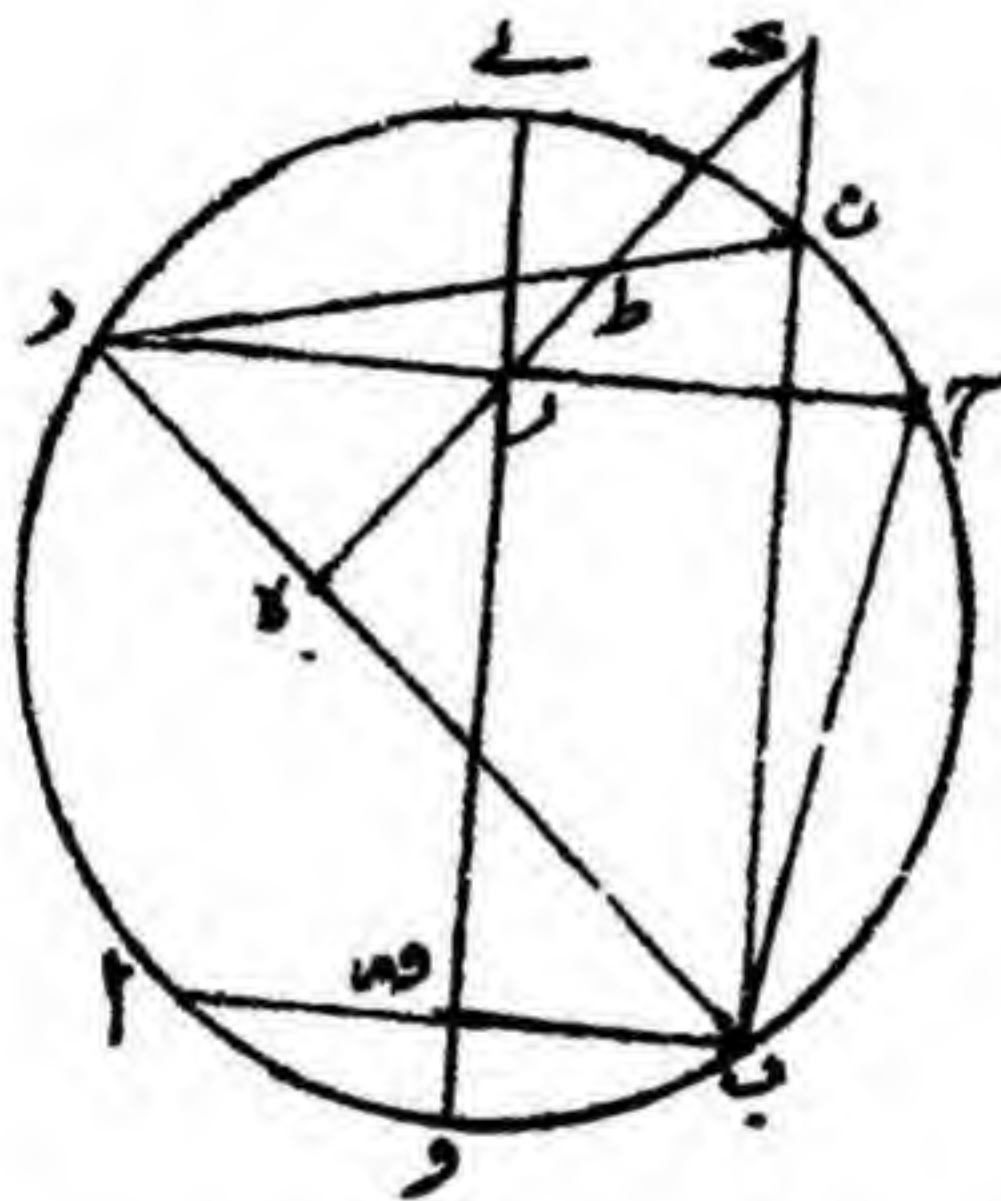
دائرة - ا ب ج - اخرج قطرها وهو - ا ج - واخرج
 فيها وتر - م س - على زوايا قائمة على القطر فكان - ه ج - معلوما

واخرج

واخرج ج - ب ك - يوازي - س م - فكان - اح - معلوما ووصل
بين نقطتي - م ب - بخط - م ب - فكان معلوما نريد ان نعلم
باقي القطر .

تدبير ذلك ان نخرج خطي - ب ا - م ج - فبين ان نسبة
كل واحد منهما الى الآخر معلومة لان مربعيهما مثل ضرب - اج
في كل واحد من خطي - ه ج - اح - المعلومين في دائرة - اب ج
ذو اربعة اضلاع وهو - ام ل ج - ف ضرب - م ب - المعلوم في
اج - و ضرب - م ج - في - اب - مثل ضرب قطريه احدهما
في الآخر وهما خطا - م ا - ح ب - لكن نسبة ضرب - م ج - في
اب - الى مربع - ب ا - معلومة فمربع - ب ا - مثل ضرب خط
اح - المعلوم في - اج - فبين ان ضرب - م ج - في - ب ا -
مثل ضرب خط معلوم في - اج - فبين اذن ان ضرب - ح ب -
في - م ا - مثل ضرب خط معلوم في - اج - ونجعل مربع - ب د
مثل فضل مربع خط - ب ا - على مربع خط - م ج - ونصل - ج د
ومربع الخطي - ج م - م ا - مثل مربعي خطي - اب - ب ج - لكن
مربع خط - م ج - مثل مربع خط - اد - و ضرب - اد - في
د ب - مرتين فيبقى اذن مربع خط - م ا - مثل مربع خط - د ب
ومربع - ب ج - و اذن خط - د ب - مثل خط - م ا - وبين ان
خط - اب - قد انقسم على نسبة معلومة على نقطة - د - فثلث

اب ج - زاوية - ب - منه قاعة واخرج عمود - ب ح - و - اح
 معلوم وقسم - ب ا - على نسبة معلومة واخرج - ح د - فكان
 ضرب - ح ب - في - ح د - مثل ضرب خط معلوم وهو - ن
 في - اج - وقد ذكرنا قبيل كيف استخراج هو هذه المسئلة وقبل
 ذلك طريقنا فيها • ش - ١٠٧



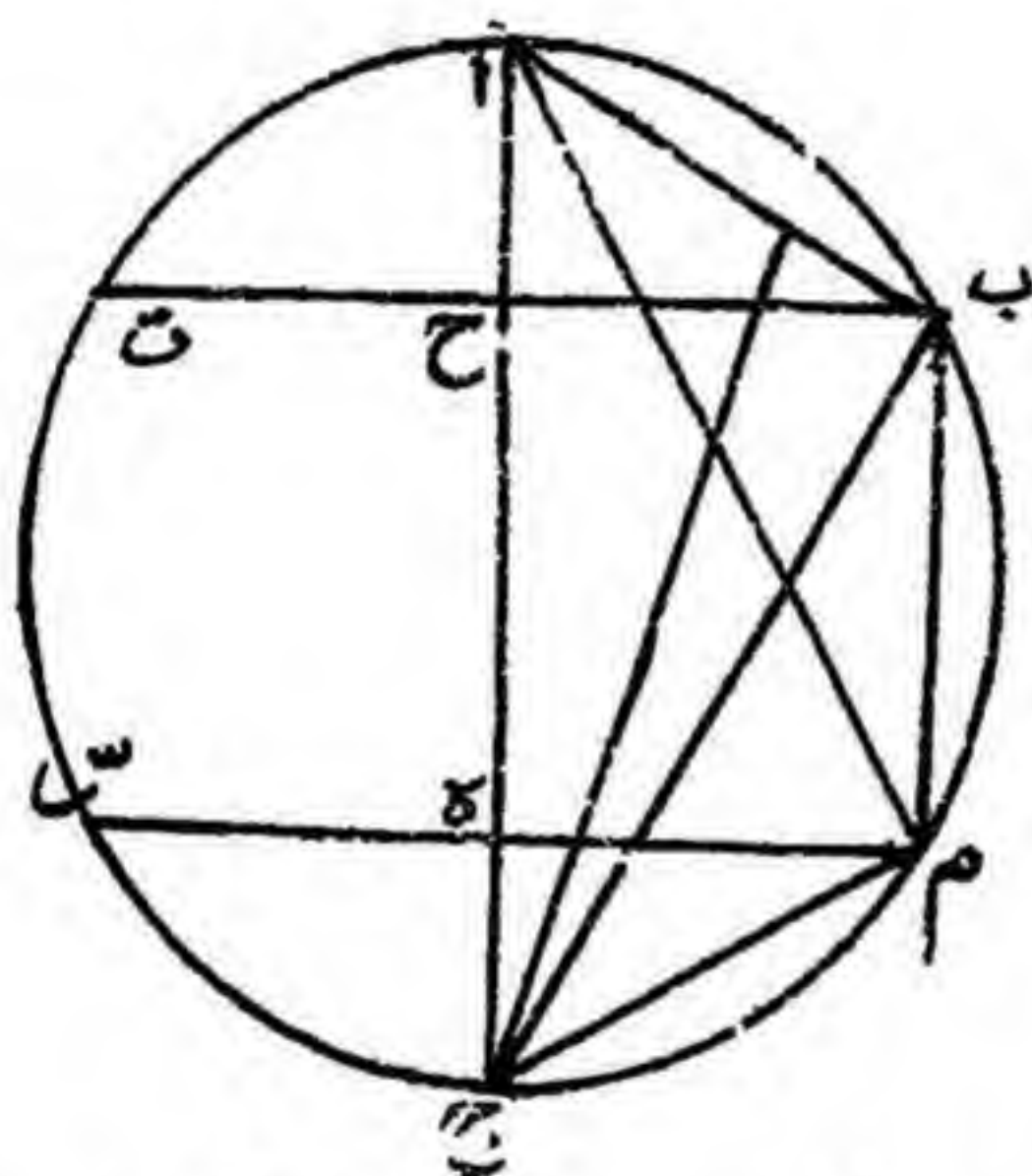
دائرة - اب ج - فيها وتر - اج - وسهمه وهو - ب د
 معلوم واخرج خطا - اه - ه ج - فكان كل واحد منهما معلوما
 ونريد ان نعلم القطر فنصل - ب ه - فلان قوس - اب - مثل
 قوس - ب ج - فزاويتا - ح ط - متساويان فلذلك نسبة - اه
 الى - ه ج - المعلومة كنسبة - از - الى - ز ج - فاذا ركبنا
 ونصفنا المقدم وفصلنا بعد ذلك صارت نسبة - د ز - الى - ز ج
 معلومة ولان زاوية - اه ز - مثل زاوية - ب ه ج - المساوية لزاوية
 ب اج - لان قطعتهما واحدة تكون زاوية - ب اج - مثل زاوية

ح - وزاوية - اب ه - مشتركة في مثلثي - اب ز - ه اب - فنسبة
 ب ه - الى - ه ا - كنسبة - اب - الى - زا - ولأن مثلثي - اب ز
 ز ه ج - متشابهان فنسبة - اب - الى - از - كنسبة - ه ج - الى
 ه ز - فنسبة - ب ه - الى - ه ا - كنسبة - ه ج - الى - ه ز
 ف ضرب - ب ه - في - ه ز - مثل ضرب - اه - في - ه ج - المعلوم
 فاذن ضرب - ب ز - في - زه - مع مربع - ه ز - معلوم فلذلك
 ضرب - از - في - زج - مع مربع - زه - معلوم ونسبة ضرب
 از - في - زج - الى مربع - زج - معلومة فمربع - ه ز - مع سطح
 معلوم النسبة الى مربع - زج - معلوم لكن فضل (١) وكذلك
 تكون زاوية - ل ف ت - معلومة وزاوية - ل - معلومة تبقى
 زاوية - س ت ل - معلومة وتكون ايضا زاويتا - ت س ف - ت
 ع س - معلومتين وتبقى زاويتا - ف س ل - س ف ل - معلومتين
 وزاوية - ل - معلومة فنسبة - س ف - الى - ل س - معلومة
 وكانت الى - س ب - معلومة ونسبة - س ب - الى - س ن
 معلومة فنسبة - ل س - الى - س ن - معلومة ونسبة - س ن
 الى - ك ن - معلومة فنسبة - ل ن - الى - ك ن - معلومة وعلى
 التركيب خط - ف ك - معلوم فخط - ك ن - معلوم فنقطة
 ن - معلومة •

وعلى هذا المثال - نسبة - ل ن - الى - ل س - معلومة

فنقطة - س - معلومة فقد مربنقطتي - ن - س - وهما معلومتان
 دائرة فمست خط - ه - و - المعلوم وقد بينا ذلك في الدوائر المتماسّة
 وهو سهل لأن ضرب - س ك - في - ك ز - مثل مربع - ك
 ن - فك ن - معلوم ونقطة - ك - معلومة فنقطة - ن - معلومة
 فاذا عمل على مثلث - ز س ن - وهو معلوم دائرة كانت معلومة
 وكانت الدائرة التي تفعل ما قصدنا لها .

ش - ١٠٨



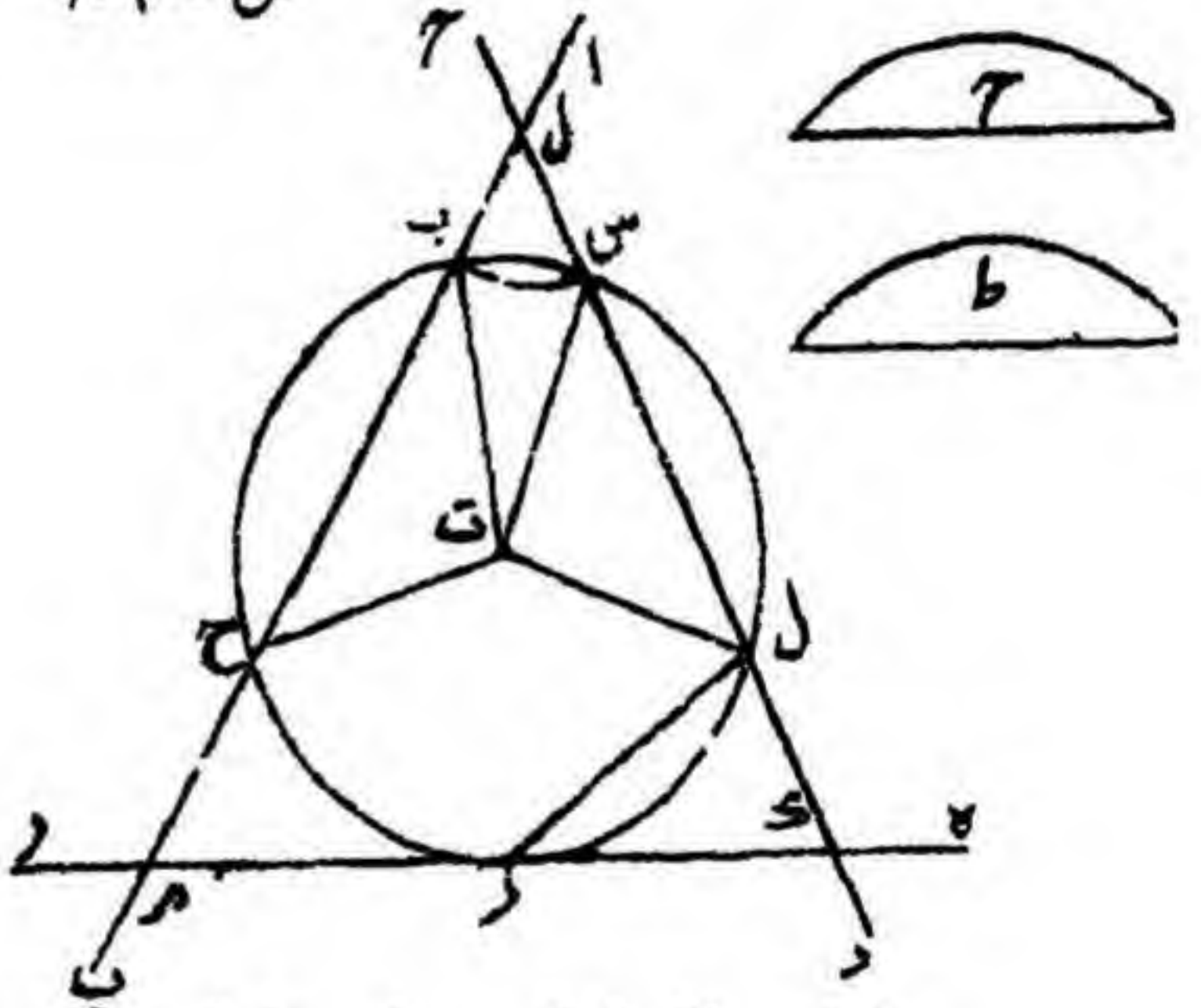
(ج) اذا كان مثلث - ا ب ج - قائم الزاوية وهي زاوية - ب -
 ولنخرج عمود - ب د - فكان خط - ج د - معلوما وجعلت
 نسبة - ب هـ - الى - هـ ج - معلومة فكان ضرب - ا هـ - في - ا
 ب - مثل ضرب - ا ج - في خط معلوم فان المثلث معلوم فنخرج
 من - ب - عمود - ب ز - على - ا هـ - فنسبة مربع - ب هـ - الى
 مربع - ب ج - معلومة وذلك كنسبة ضرب - ا هـ - في - هـ ز

الى ضرب - اج - في - ج د - فنسبة ضرب - اه - في - ه ز
الى ضرب - اج - في - ج د - معلومة - و - ج د - معلوم ف ضرب
اج - في خط معلوم مثل ضرب - اه - في - ه ز - وضرب - ا
ج - في خط معلوم مثل ضرب - اب - في - اه - فنسبة ضرب
اب - في - ه ز - الى ضرب - اه - في - اب - معلومة فنسبة
ه ز - الى - اب - معلومة ونسبة احدهما الى الآخر في القوة
معلومة ولذلك تكون نسبة ضرب - اه - في - اب - الى مربع
ه ز - معلومة فنسبة ضرب - اه - في - از - الى مربع - ه ز
معلومة وعلى التركيب تكون نسبة مربعي - اه - از - الى مربع
ه ز - معلومة ونسبة ضرب - اه - في - از - مرتين الى مربع
ه ز - معلومة فنسبة مجموع خطي - اه - از - الى - ه ز - في
القوة معلومة ففي الطول ايضا معلومة .

فعلى التفصيل نسبة ضعف - از - الى - ه ز - معلومة فنسبة
از - الى - ه ز - معلومة وهي كنسبة مربع - از - الى مربع - ب
ز - فنسبة - از - الى - ب ز - معلومة وزاوية - ز - قائمة
فنسبة - اب - الى - ب ز - معلومة وكذلك ايضا نسبة - از
الى - ب ز - معلومة وهي كنسبة - ب ز - الى - ز ه - وزاوية
ز - قائمة فنسبة - اب - الى - ب ز - معلومة وكذلك ايضا
نسبة - از - الى - ب ز - معلومة وهي كنسبة - ب ز - الى

ز ه - وزاوية - ز - قائمة فنسبة - ب ز - الى - ب ه - معلومة
 فنسبة - اب - الى - ب ه - ونسبة - ب ه - الى - خ ب - معلومة
 فنسبة - اب - الى - ب ج - معلومة وزاوية - ب - قائمة فمثلث
 اب ج - معلوم الصورة وهو يشبه بمثلث - ن د ج - وخط - د
 ج - معلوم فخط - ب ج - معلوم ويكون من اجل ذلك - اب
 معلوما ويصير - ا ج - معلوما وذلك ما اردنا ان نعمله .

ش - ١٠٩

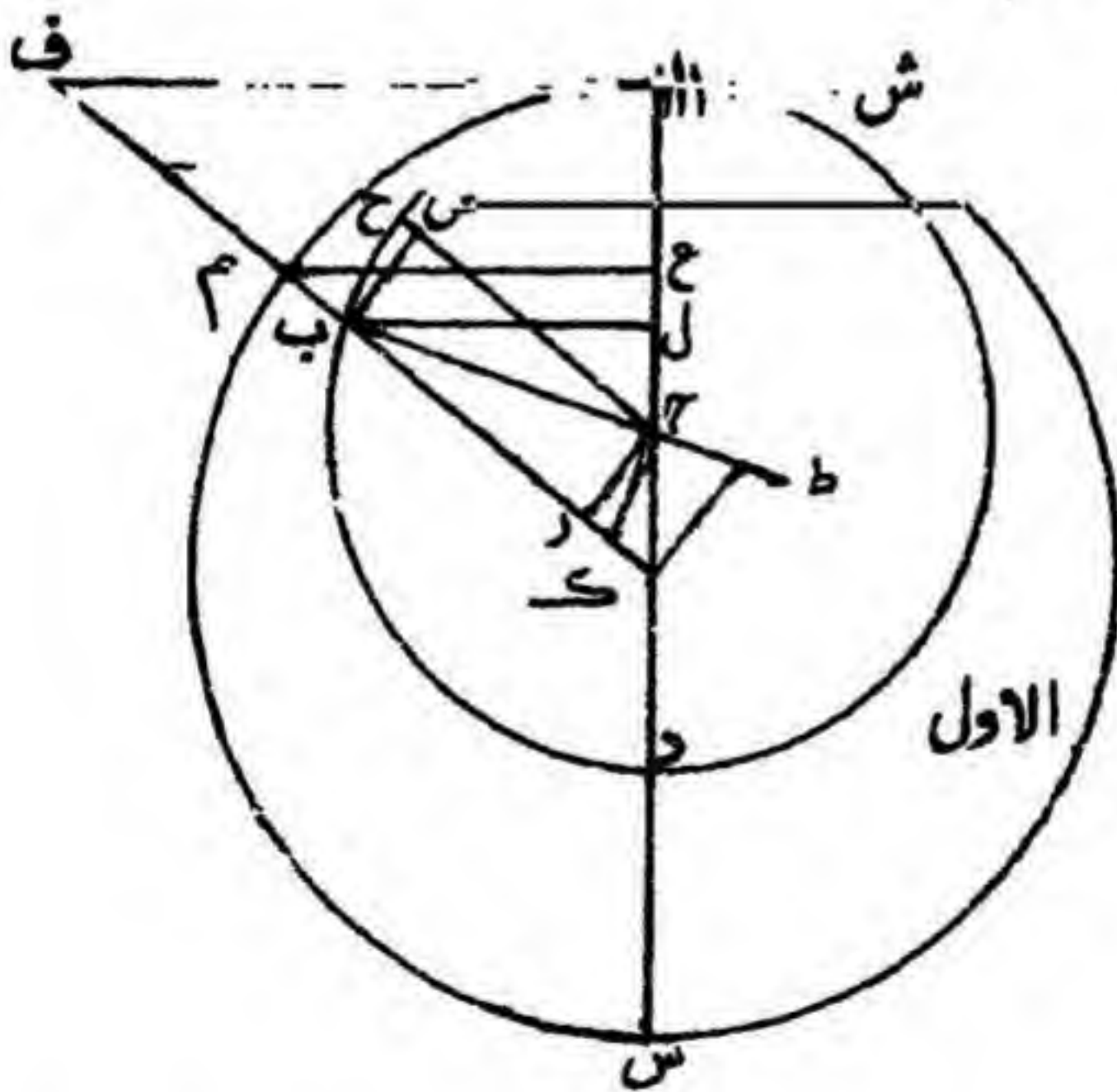


لابي العلاء بن ابي الحسين في هذه المسئلة

مثلث - اب ج - زاوية - ب - منه قائمة واخرج عمود - ب
 ح - واح - معلوم وقسم - ب ا - على نسبة معلومة واخرج - ح
 د - فكان ضرب - ح ب - في - ح د - مثل ضرب خط معلوم
 وهو - ز - في - ا ج - فنقيم على خط - ح د - على نقطة - ج

منه زاوية مثل زاوية - ب ح ا - وهي زاوية - د ح س ~~ليكن~~ ليكن
خط - ح س - مثل - ز - المعلوم وضرب - ب ج - في - ج د
مثل ضرب - ح س - في - ح ا - فنسبة - ب ج - الى - ح س
كنسبة - ح ا - الى - ح د - وزاوية - د ح س - مساوية لزاوية
ب ح ا - فمثلث - ب ح ا - يشبه مثلث - ح س د - فزاوية - س
قائمة وزاوية - ح د س - مثل زاوية - ا - وزاوية - ح - قائمة
فمثلث - ا ل ح - يشبه مثلث - ح س د - فاذن نسبة - ب ح - الى
ح ا - كنسبة - ح س - الى - س د - وضرب - ب ح - في
س د - مثل ضرب - ح س - المعلوم في - ح ا - المعلوم فالسطح
الذي يحيط به - ب ح - د س - معلوم وبين ان زاوية - ب ح د
مثل زاوية - س ح ط - وزاوية - س - قائمة وزاوية - ب - قائمة
فمثلث - ح س ط - يشبه مثلث - ح ب د - فاذن السطح الذي
يحيط به خطا - ب ج - س ط - مثل السطح الذي يحيط به خطا - ح
س - ب د - لكن نسبة هذا السطح الى السطح الذي يحيط به خطا
ح س - ب د - معلومة وهو مثل السطح الذي يحيط به خطا - ب ج
س د - فبين اذن من ذلك ان نسبة السطح الذي يحيط به خطا - ب
ج - س د - الى السطح الذي يحيط به - ب ج - س ط - معلومة
فهى كنسبة خط - س د - الى خط - س ط - فاذن نسبة خط
د ط - الى خط - ط س - معلومة ونخرج عنود - د ل - فبين

ان نسبته الى ب ح - معلومة وان - ال - معلوم وان مثلث - د ط ل
 شبيه بمثلث - س ط ح - فاذن السطح - الذي يحيط به خطا - ح س
 ط ل - مثل السطح الذي يحيط به - د ل - س ط - والسطح الذي
 يحيط به - ب ح - س د - قد كان يبين ايضا انه معلوم ونسبة خط
 س د - الى خط - س ط - معلومة فالسطح الذي يحيط به خطا
 ب ح - س ط - معلوم ونسبة خط - د ل - الى خط - ب ج
 معلومة فاذن السطح الذي يحيط به خطا - ط ل - ح س - معلومة
 وخط - ح س - معلوم فاذن - ط ل - معلوم ونخرج عمود - س
 ص - فبين انه يوازي خط - ل د - فاذن نسبة خط - ط ل -
 الى خط - ط ص - كنسبة خط - ط د - الى خط - ط س - المعلومة
 وخط - ط ل - معلوم .

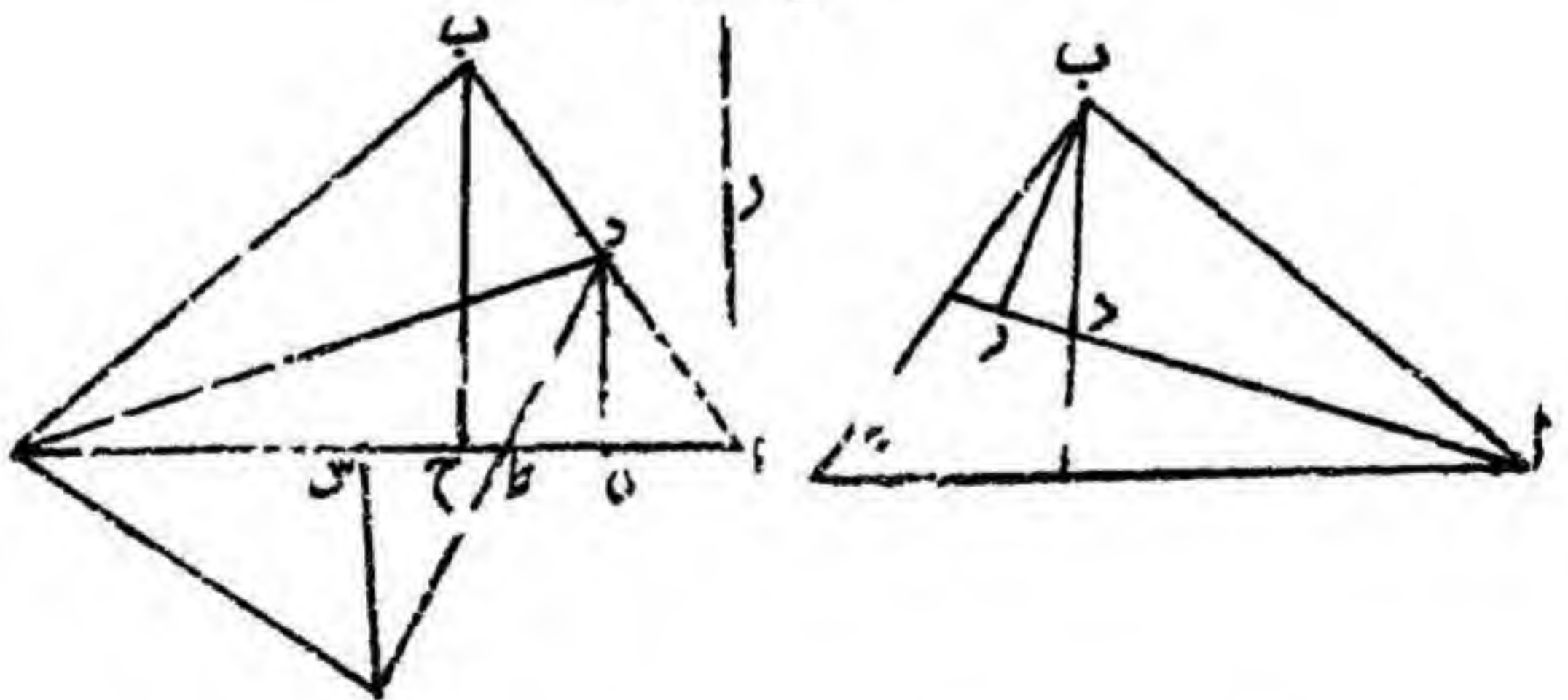


فاما كيف صارت زاوية التعديل في القسم الملحق اعظم زوايا
 التعاديل

التعادل فاننا نعيد صورته ونفرض فيها حصة - ا ك - اصغر من
حصة - اب - ونصل - ك ج - ك ه - فاقول ان زاوية - ه ك ج - اصغر
من زاوية - ه ب ج - .

برهان ذلك انا ننزل عمود - ج ح - على - ه ك - فلان زاوية
ج ح ه - قائمة يكون - ه ج - اعظم من - ج ح - لكن الدائرتين
المحيطتين بمثلثي - ج ح ك - ج ه ب - متساويتان لتساوي قطريهما
وهما - ج ك - ج ب - ووتر - ج ح - اصغر من وتر - ه ج -
فالزاوية التي يوترها - ج ح - وهي - ج ك ه - اصغر من الزاوية
التي يوترها - ج ح - وهي - ج ك ه - (١) اصغر من الزاوية
التي يوترها - ج ه - وهي - ج ب ه - .

ش - ١١١

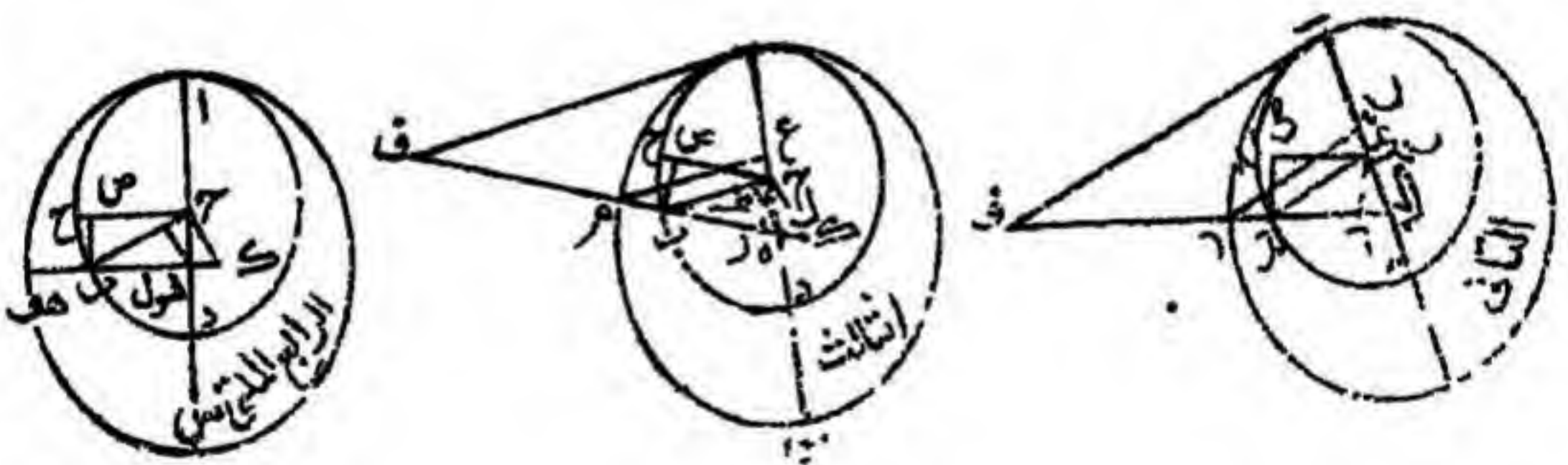


ثم نفرض حصة - از - اعظم من حصة - اب - ونصل
ز ج - ب ه - ونقول ان زاوية - ه ز ج - اصغر من زاوية
ه ب ج - .

برهان ذلك انا ننزل عمود - ح ط - على - ز ه - فلان
زاوية - ج ط ه - قائمة يكون - ح ط - اصغر من - ه - ج
والدائرتان المحيطتان بمثلتي - ج ه ب - ج ز ط - متساويتان لتساوي
قطريهما وهما - ج ب - ج ز - فوتر - ج ط - اصغر من وتر - ج ه
فالزاوية التي يوترها - ج ط - وهي زاوية - ج ز ط - اصغر من
التي يوترها - ج ه - وهي زاوية - ج ب ه - .

فقد تبين ان كل حصة تقص عن حصة - ا ب - او يفضل عليها
فان زاوية تعديلها تكون اصغر من زاوية تعديل حصة - ا ب - فهي
اذن اعظم الزوايا وجيبها هو - ه ج - الذي سميناه اصلا وذلك ما اردنا
ان نبين .

ش - ١١٢



ونحن نريد الاقتصار فيما بعد على احد نصفي الفلك الخارج
المركز في امثلة الاعمال وبراينها لان زوايا التعديل للحصص
المأخوذة من عند احدى تقطبي الاوج والحضيض في جهتين مختلفتين

متساوية فلنعد لبيان ذلك دائرة الفلك الخارج المركز وتأخذ حصتي
 د ا - د ب - متساويتين ونصل - ب ج - ب ه - ب د - ا ج - ا ه
 ا د - فلان زاويتي - ب ج د - ا ج د - متساويتان وخطوط
 ج ا - ج د - ج ب - متساوية فان مثلثي - ب ج د - ا ج د
 متساويان متساويا الزوايا النظرية للنظيرة فزاويتي - ج ب د
 ج ا د - متساويتان، وايضا فلان خط - ب د - مساو لخط - د ا
 وخط - د ه - مشترك وزاوية - ن د ه - مساوية لزاوية - ا د ه
 يكون مثلثا - ا ه د - ل ه د - متساويان متساويا الزوايا كل
 واحدة لنظيرتها فزاوية - ه ب د - مساوية لزاوية - ه ا د
 فاذا القينا المتساويين من مثل قوس - ب ز - فقوس - ب ز
 معلومة وقوس - ب ح - مثل قوس - ه ج - المعلومة فقوس
 ب ج - معلومة لكن قوس - ه ب - معلومة فاذا كانت كل
 واحدة من زاويتي - ه ب ز - ه ب ج - معلومة وقسي - ب ز
 ب ه - ب ج - معلومة فان زاوية - ج ب ز - تكون معلومة
 وقوسي - ب ز - ب ح - معلومتين فلذلك كل واحد من خطوط
 ز ح - ز ه - ه ح - معلوم بالا جزاء التي بها قطر الكرة معلوم
 ولذلك يكون ما بين قطب هذه الدائرة وبين محيطها معلوما وهو
 قوس - ز د - وكذلك قوس - د ه .

وان نحن رسمنا على نقطتي - ه - ز - دائرة عظيمة وهي

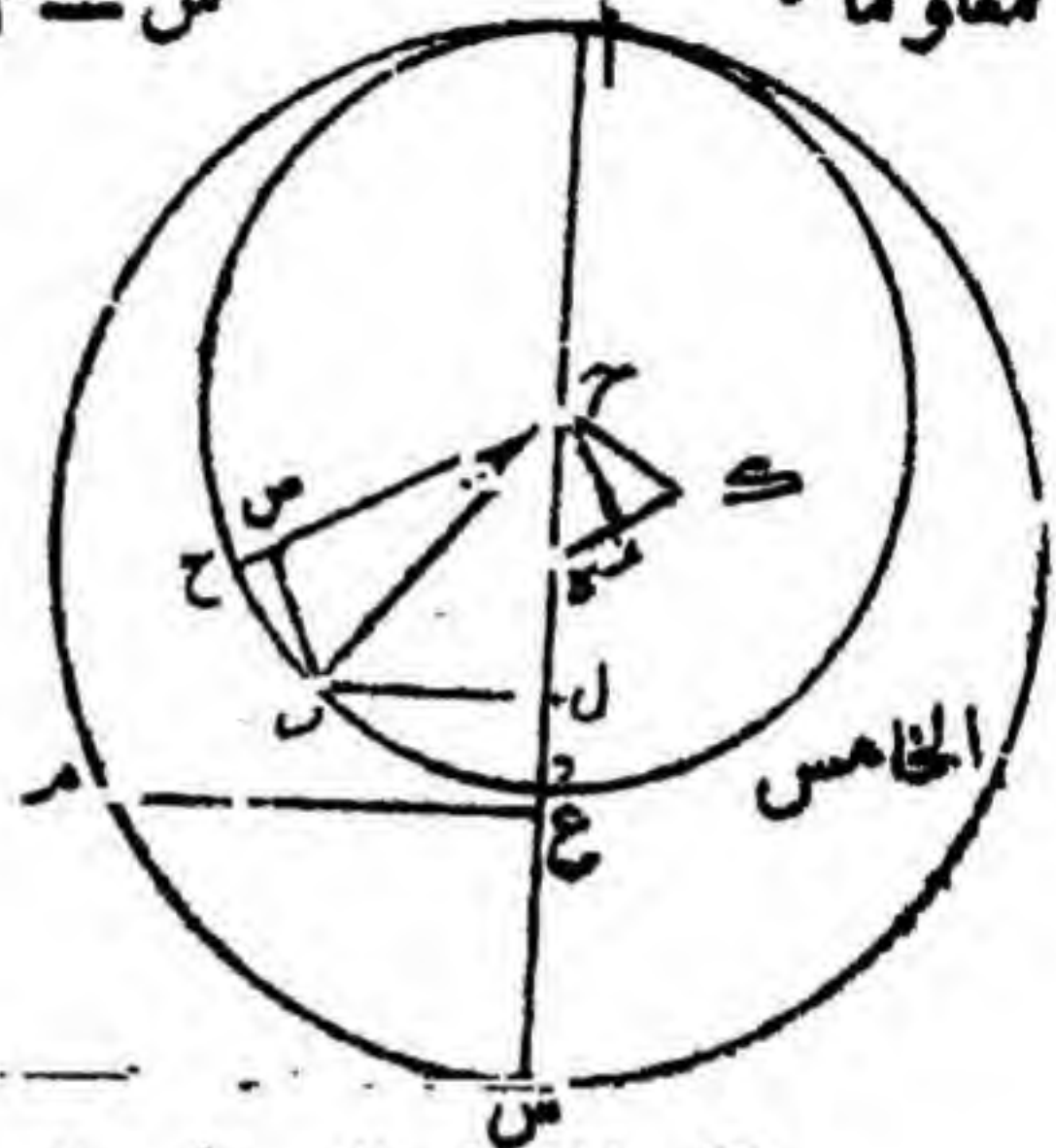
ز ط هـ - كانت زاوية - ط ز د - معلومة وذلك ان كل واحدة من قسي - هـ د - هـ ز - ز د - تكون معلومة فزوايا المثلثات معلومة لكن من قبل ان قسي - ط ز - هـ ب - ب ز - معلومة تكون زاوية - ب ز هـ - معلومة فتصير زاوية - ب ز د معلومة لكن قوسي - ب ز - ز د - معلومتان فقوس - د ب معلومة فيصير من اجل ذلك بعد ما بين الفلك المائل وفلك البروج معلوما ولان قوس - د ب - معلومة تكون دائرة - ا ب ج معلومة ولان زوايا مثلث - ب د ز - مثل زوايا مثلث - هـ ا د تكون زاوية - ب د ز - مثل زاوية - ا د هـ - فزاوية - ا د ب مثل زاوية - هـ د ز - وهذه الزاوية معلومة لان قوس - هـ ز معلومة من دائرتها فزاوية - ا د ب - معلومة فقوس - ا ب معلومة وهي مسير قطب الفلك الذي يسمى فلك البروج الذي بين الرصدين فيصير من اجل ذلك هذا المسير معلوما فان كان البعد الابعد متحركا احتيج الى استعمال تساوي قوسي - ا ب ب ج - في المسئلة ويكون حينئذ استخراجها هكذا .

نعمل سائر الاشياء التي عملنا في الشكل الذي كنا بينا فيه ن فصول الزوايا بعضها على بعض يتفاضل تفاضلا معلوما وانه في الاحوال الثلاثة من البعد الابعد او حركته الى جهة والى ضدها وثبات البعد الابعد مساو لفضل ما بين حركتي البعد الابعد فاذن

هذه المسئلة الثانية هي تصلح للأصول الثلاثة وعليها ينبغي ان نعمل
وهي تؤدي الى ان تكون فضل ما بين زوايتي - ح م ه - ه ب ز

ش - ١١٣

معاوما

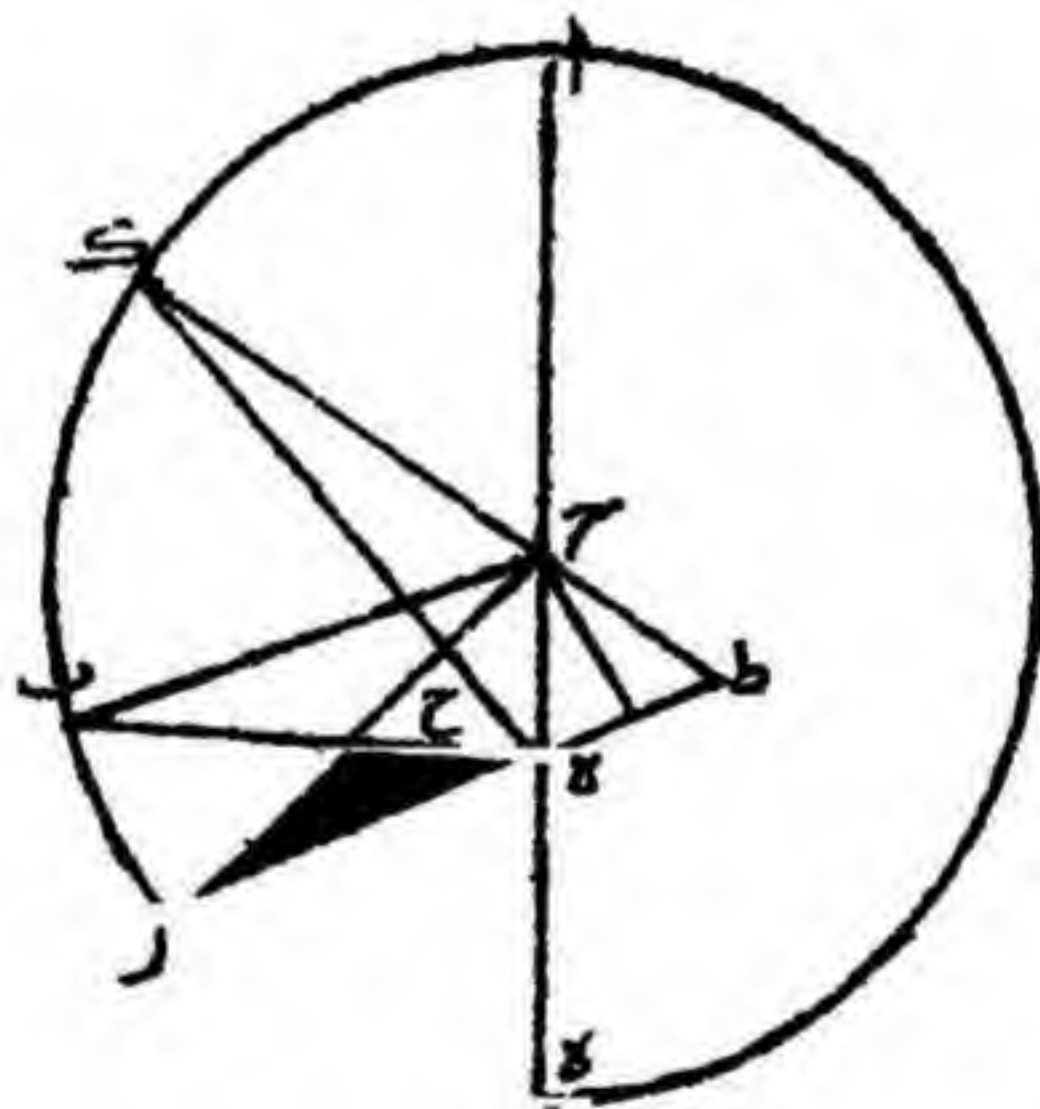


وذلك ان هذه الزوايا هي الفصول بين الزوايا الأولى فتفاضل
هذه الزوايا معلوم وهو مساو لفضل حركتي البعد الأبعد كما قلنا
فليكن ما انحلت اليه المسئلة على هذه الجهة في صورة اخرى قسى - ل
ي - ك - ن - ز ي - معلومة من دوائر عظام وقوس - ل ك - مثل
قوس - ك - ن - وزدناه زاوية - ك س - على زاوية - ك ن ل
معلومة فلتكن تلك الزيادة زاوية - س - فتبقى زاوية - و ي ك
مثل زاوية - ل ك - على ان تكون قوس - ي و - من دائرة عظيمة
ولتكن قوس - ي و - مثل قوس - ل - ونصل - ك و - من
دائرة عظيمة فقوسا - ي ل - ل و - متساويتان وقوس - ي ك
مشتركة وزاوية - ع - مثل زاوية - ب - فالخط الخارج من - ل
الى - ك - مثل الخط الخارج من - و - الى - ك - لكن قوس

ك ل - مثل قوس - ك ن - فيكون الخط الخارج من - ك - الى
ن - مثل الخط الخارج من - ك - الى - و - ونصل قوس - و ن
من دائرة عظيمة ونقسمها بنصفين على - م - ونصل - ك م - من
دائرة عظيمة يقع على - س - فتكون القوس الخارجة من - ك - الى
ن - من دائرة عظيمة مثل قوس - ك و - وقوس - ك م - مشتركة
وقوس - م و - مثل قوس - م ن - فالزاوية التي عند - م - قائمة
ولان - ل - مثل - وى - تكون قوس - وى - معلومة وقوس
ى ن - معلومة وزاوية - وى ن - معلومة فقوس - و ن - معلومة
وزاوية - و نى - معلومة فقوس - م ن - معلومة وزاوية - م
معلومة القسي، وهى مسئلة سهلة فقوس - س م - وقوس - ل س
معلومة وزاوية - م س ن - والتي تليها وهى زاوية - ى س ك - كل
واحدة منهما معلومة فتبقى قوس - ى س - معلومة وقوس - ى ك
معلومة وزاوية - ى س ك - معلومة فزاوية - ك ى س - معلومة
فتكون زاوية - ل ى ك - معلومة لان زاوية - ك س ن - تزيد
عليها زيادة معلومة فلان زاويتى - ل ى ك - ك ى ن - معلومتان
والقسي المحيطة تكون المثلث المعمول على - ل ك ن - معلوما الا اذا
استعملنا ان قوس - ل ك - مثل قوس - ك ى - وذلك لان
انما يرتها بين القوسين فى الشكل الذى قبله - هذا قوس - ه ح
وقوس - ز ه - وبين ان ذلك فى هذا الشكل كذلك من قبل ان
زاوية

زاوية - ه د ا - مثل زاوية - ز د ب - فتكون زاوية - ز د ه - مثل
 زاوية - ب د ا - اذا اسقطت الزاوية المشتركة واسكن نقطة - د
 قطب دائرة - ا ب - وقطب دائرة - ز ه - فقوس - ز ه - شبيهة
 بقوس - ا ب - وكذلك زاوية - ب د ح - مثل زاوية - ح د ه
 فزاوية - ب د ح - مثل زاوية - ح د ه - فبقوس - ب ج - شبيهة
 بقوس - ه ج - وقوس - ل ج - مثل قوس - ا ب - فقوس - ه ج
 مثل - ه ز •

ش - ١١٤



ومما نحتاج اليه في هذا الشكل الذي كنا بسبيله قبيل ان
 يقال، ليكن مثلث - ا ل ج - على بسيط كرة ولتكن قوس - ا ب
 معلومة وزاوية - ا ل ج - معلومة وقوس - ا ج - معلومة فترسم
 تطب - ب - ويبعد ضلع المربع دائرة - ح ز ه - ونخرج اليها
 قوسى - ل ج ح - ب ا ن - فلأن قوس - ب ج - قائمة على قوس

ز ح - اذ كانت - ب ح - تمر بقطبي - ح ز ه - فان قوس - ه ز ح
تمر بقطبي - ب ح *

فليكن القطب - ه - ونرسم قوس - ه ا د - من دائرة
عظيمة فهي ربع دائرة ولان زاوية - ب - معلومة تكون قوس
ز ح - معلومة وقوس - ه ح - ربع دائرة فقوس - ز ه - معلومة
ونسبة وتر ضعف قوس - ه ح - الى وتر ضعف قوس - ز ح
المعلومة مؤلفة من نسبة وتر ضعف قوس - ه د - المعلومة الى وتر
ضعف قوس - د ا - ومن نسبة وتر ضعف قوس - ا ب - المعلومة
الى وتر ضعف قوس - ب ز - وهي ربع دائرة فقوس - ا د
معلومة ولنجعل نقطة - ا - قطبا وندير يبعد ضلع المربع وانها (١)
ولاغير ذلك ولاقسمة المسئلة وتركنت المتعلم الذي قد قرأ كتابي في
التحليل والتركيب وسائر الاعمال الهندسية وكتابي الذي في
الدوائر الخمسة ينظر في واحدة واحدة منها اذا فهم طريق تحليلها
ليقسمها ويحلل قسما قسما منها وينظر هل يطابقه هذا التحليل الذي
اقله ام لا ثم ينظر فيما يستحيل ويجوز والسيال وغير السيال والمحدود
وغير المحدود ويركب هو وينظر في عدد المرات التي لا يمكن ان تقع
زيادة عليها وبين ان تلك المرات كذلك *

وهذه الامور كلها من المنافع التي لنا نحن اليها النظر في

هذا الكتاب *

ومنها ان فيه مسائل مستصعبة حسنة لا يستغنى ذوو الفهم
 بالهندسة عن استعمالها فيما يستخرجونه ويعملونه من الاعمال الهندسية
 مثلث - ال ج - عموده وهو - اد - معلوم وضرب - ا
 ج - في - ب د - معلوم وضرب - اب - في - ج د - معلوم
 نريد ان نعلمه .

فن قبل ان فضل ما بين مربعي - اج - اب - مثل فضل
 ما بين مربعي - ج د - دب - يكون مجموع مربعي - اج - دب
 مثل مجموع مربعي - اب - ج د - فليكن مربع - ه ز - مثل
 مربعي - اد - دب - فيكون ايضا مثل مربعي - اب - ج د - فان
 نحن عملنا على - ه ز - نصف دائرة - ه ح ز - وجعلنا - ه ح
 مثل - اج - ووصلنا - ح ز - كان مثل - دب - لان مربع
 ه ز - مثل مربعي - ه ح - ز ح - ومثل مربعي - اج - دب
 يذهب مربع - اج - مثل مربع - ه ح - يبقى مربع - دب - مثل
 مربع - ح د - وكذلك ايضا ان جعلنا - ه ط - مثل - ح د
 كان - اب - مثل - ط ز - فاذن ضرب - ه ط - في - ط ز - الذي
 هو مثل - اب - في - ح د - معلوم وكذلك ايضا يكون ضرب
 ح ز - في - ه ح - معلوما لكن ان اخرجنا عودي - ح ك
 ط ي - على - ه ز - كان ضرب - ه ز - في - ط ي - معلوما
 وضرب - ه ز - في - ط ح - معلوما لانه يتبين بمثل ذلك فنسبة

طى - الى - ك ح - معلومة ونخرج عمود - ح ل - على - طى
 ونصل - ط ح - ونخرج - طى - الى - م - ونخرج - م ح
 فنسبة - ح ك - اعنى - لى - الى - طى - معلومة فتكون
 نسبته الى - ط ل - معلومة فنسبة - ط م - وهو ضعف - طى - الى
 ط ل - معلومة وعلى التفصيل نسبة - م ل - الى - ل ط - معلومة
 وايضا فان فضل مربع - ا ج - اعنى - ه ح - على مربع - ح د
 اعنى مربع - ه ط - الذى هو مثل مربع - ا ج - المعلوم معلوم
 وذلك مثل فضل ضرب - زه - فى - ه ك - على ضرب - زه - فى
 هى - الذى هو ضرب - ه ز - فى - لى - اعنى - ل ح - ف ضرب
 ه ز - فى - ل ح - معلوم وقد كان ضربه فى - ك ح - معلوما فنسبة
 لى ك - الى - ك ح - معلومة فنسبة - ب ل - الى - ل ح - معلومة
 ونسبة - ب ل - الى - ب ط - معلومة والى ضعفه وهو - ط م
 فنسبة - ط م - الى - ل ح - معلومة وكانت الى - ط ل - معلومة
 فنسبة - ط ل - الى - ل ح - معلومة وزاوية - ل - قائمة فنسبة
 ط ح - الى - ل ح - معلومة وايضا نسبة - ط م - الى - م ل - معلومة
 لان نسبة - ط م - الى - ط ل - معلومة ونسبة - ط ل - الى - ل ح
 معلومة وزاوية - ل - معلومة فنسبة - ل ح - الى - م ح - معلومة
 وكانت نسبة - ل ح - الى - ح ط - معلومة فنسبة - ط ح - الى - ح م
 معلومة وضرب احدهما فى الآخر مثل ضرب - ح ل - فى - ه ز

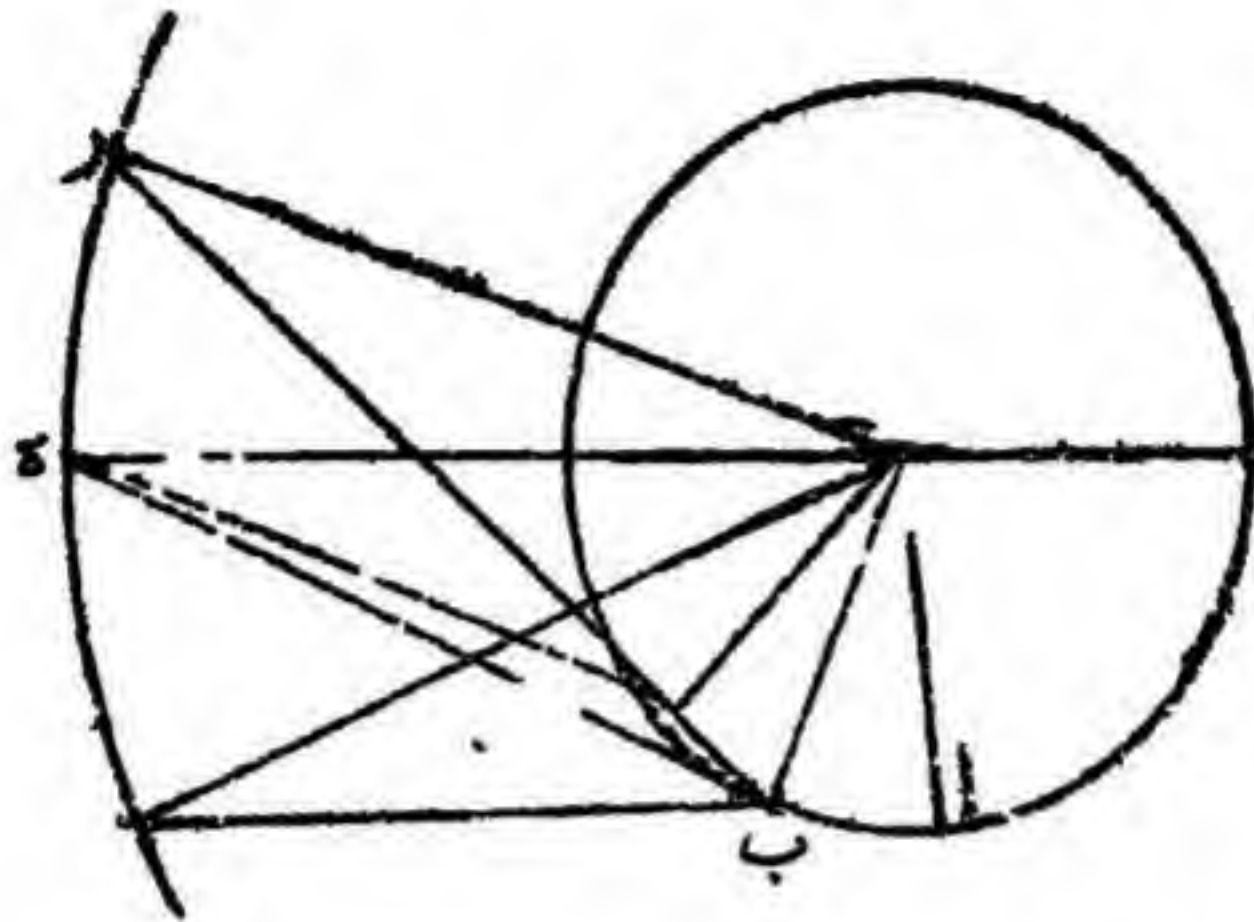
اعني - ب ك - في - ه ز - الذي قد تبين انه معلوم فشكل واحد
من - ط ح - ح ز - معلوم •

فاما ضرب - ه ز - في - ب ح - فانه بين انه مساو لضرب
ط ح - في - ح م - لأننا ان جعلنا - ب ح - قطر الدائرة ووصلنا
خط - ط ن - كانت زاوية - ب ط ح - في نصف الدائرة فهي
قائمة مثل زاوية - ل - وزاوية - ن - مثل زاوية - م - لأنهما جميعا
على خط - ط ح - عند محيط الدائرة •

وتبقى زاوية - ل ح م - مثل زاوية - ط ح ن - فنسبة
ط ح - الى - ح ن - مثل نسبة - ل ح - الى - ح م - فضرب
ط ح - في - ح م - مثل ضرب - ح ن - في - ل ح - لكن
ح ن - القطر مثل - ه ز - القطر •

واذا بينا ان كل واحد من خطي - ط ح - ح م - معلوم
كان خط - ط م - الذي له اليهما نسبة معلومة معلوما وذلك ان
كل واحد من مثلثي - ط ح ل - ل ح م - معلوم الصورة فثلث
ح ط م - معلوم الصورة وكان - ط ي - معلوما وضربه في
ه ز - معلوم - فه ز - معلوم ومربعه مثل مربعي - ا ج - ب د
فمجموع مربعي - ا ج - ب د - معلوم وضرب احدهما في الآخر
معلوم فكل واحد منهما معلوم •

ش - ١١٥



فقد قدمت قولاً كافياً في أني اعتمد هاهنا طريق المهندسين
من أهل عصرنا فإن كان في شيء من العمل تقصير فقد تعمدته
وقصدت إلى أن يبحث عنه المتعلمون لتهذب قرائتهم وإصلاحها •
خطوط - ا ب - ح د - ه ز - موضوعة وقطعتا - ح ط
معلومتان نريد أن نعمل دائرة تماس خطا منها ونفصل منها الآخران
قطعتين شبيهتين بالقطعتين المفروضتين •

وهذه المسئلة قد بينت في كتاب في الدوائر المعاسة بطريق
مشروح ولى لتقاطع الخطوط على - ك ل م - ولتكن الدائرة
المطلوبة دائرة - ن س ع - ولتكن القطعة التي توترها - ن س
شبيهة بقطعة - ط - والتي توترها - ع ف - شبيهة بقطعة - ح
ونقطة - ز - تماس خط - ه و - ودائرة - ن س ع - ونضع أن
المركز - ت - فلأن قطعة - ط - معلومة وهي شبيهة القطعة التي

مجهولها - ب ن س - تكون الزاوية التي بين خطى - س ت - ت ز معلومة وكذلك زاوية - ق ن ع - معلومة وخط - ن ز - مثل خط - س ت - فكل واحدة من زاويتي - س ن ت - ن س ت معلومة ولذلك تكون نسبة - ن ت - الى - ن س - معلومة ونسبة س ت - الى - ن س - معلومة ولأن زاوية - ت ز ك - قائمة من اجل المماسية وزاوية - ت ن ك - معلومة لأن التي تليها معلومة ، زاوية - ت ك ز - معلومة تبقى زاوية - ت - معلومة لأن زوايا ن - ك - ت - ز - مثل اربع زوايا قائمة ولأن - ن ت - مثل ت ز - وزاوية - ت - معلومة يكون كل واحدة من زاويتي - ت ن ز - ت ز ن - معلومة - فنسبة - ن ز - الى - ت ن - معلومة فنسبة - ن س - الى - ت ز - معلومة فنسبة - ن س - الى - ز ن معلومة ويبقى كل واحدة من زاويتي - ك ن ز - ك ز ن - معلومة فنسبة - ن ز - الى - ك ن - معلومة وكانت الى - ن س - معلومة فنسبة - ك ن - الى - ن س - معلومة .

وعلى هذا المثال لأن زاوية - ت س ن - معلومة تكون زاوية - ل س ت - معلومة المحتوى لتعادل الشمس في زيج حبش (١) من فوجد في خلافه موضعاً (١) علم فبقى تفاضل ما بين السطرين في صفه في حاشيته (٢) اليه وزال له امر (٢) تلك الاعداد عن النظام فسألني عن كيفية الحال (٢) لكن متدرباً بممارسة الخطوط

(١) في هذه العبارة اختلاف من المسئلة السابقة فتأمل (٢) هنا حرم في عدة مواضع .

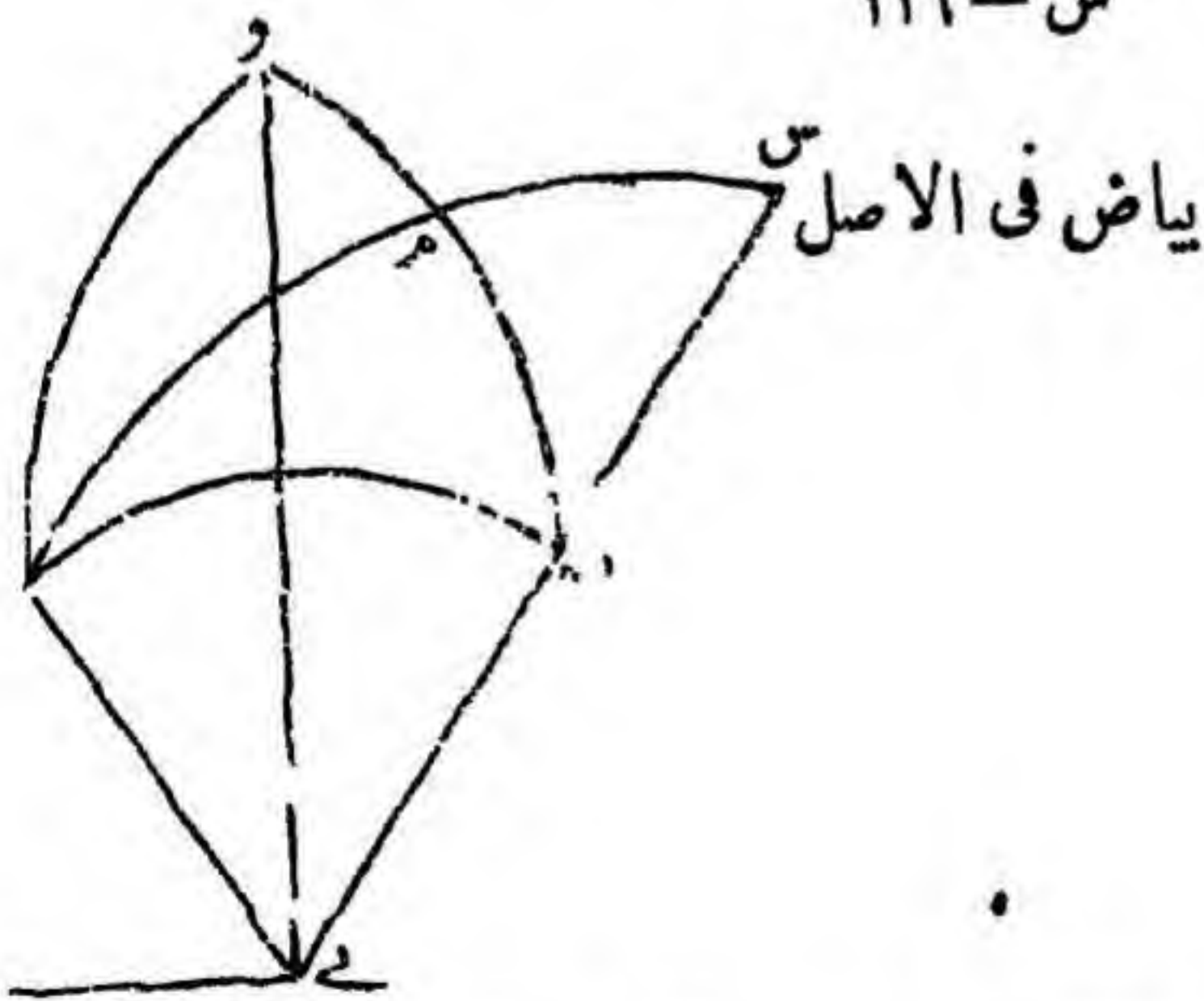
المساحية ومعاينة البراهين الهندسية (١) في الوقت بما حضر لي من عدد (٢) طرق حساية ادتني اليها الفكرة فيها وان قرب بعضها وبعد بعض ثم لم يتسج للمسائل احدها شيئا للذي كان سأل عنه وكدت احمل ذلك على مساهلة من حبش في حساب تلك الجداول اوعلى سهو وقع من الناسخين لها حتى عدت الى ما تقدم ذكره من الملاحظات المزيحة فوجدت فيها طريقا لحبش في حل التعديل وتقطيعه وبسطه وتفصيله ولما امتحنته ادى لذلك الموضع الى مثل ما كان في الجداول فعلمت ان حبش قد كان يستعمله دون غيره . ثم تفكرت في برهانه وتفككت بالتفكر في برهانه غيره حتى انفتحت لي الطرق الى معرفتها باسرها واستار بالدودب (٢) على اغراض النظر فيها سبل براهينها ولكثرتها امكن ان يفرد لها كتاب يتضمن فنا عظيم العناء في علم الهيئة متدر بالنافر من وحشة التقليد في الزيجات على البحث عن سائر توابعه فعملته وهو هذا الكتاب . وانا مضطر فيه الى تسمية اشياء باسمي مختصرة ليخفف ذكرها عند تكررها وتقديم آخر غير منصوص عليها بعينها في كتب الاصول حتى يشار اليها .

فلتكن دائرة -- ا م س -- للفلك الممثل بفلك البروج مركزها نقطة - ه -- ولتكن دائرة -- ا ب د -- للفلك الخارج المركز الذي عليه الحركة الوسطى على مركز - ج -- ونجيز على المركزين معا قطر

(١) ما خرم في عدة مواضع (٢) كذا في الاصل

ا ج - ه س - فتكون نقطة - ا - البعد الأبعد الذي يسمى الاوج ونقطة
 د - البعد الاقرب الذي يسمى الحضيض ونفرض بعد الشمس عن
 الاوج قوس - اب - وهي التي تسمى في بعض الزيجات خاصة
 الشمس وفي اكثرها حصّة لها ونصل - ب ج - ب ه - فتكون
 زاوية - ا ج ب - بمقدار هذه الحصّة وزاوية - ا ه ب - زاوية
 الرؤية التي بها وزاوية - ج ب ه - زاوية التعديل اذ هي فضل ما بين
 زاويتي (١) اجل انا ان اخرجنا - ج ح - يوازي - ه ب - كانت
 زاوية (١) وتبقى زاوية - ح ج ب - فصل ما بين زاويتي - (١) ج
 ب ه - بسبب التبادل وتنزل عمود - ج ز - (١) الذي هو عمود
 ب ص - على - ج ح - لأن كل واحد من خطي - ج ح - ب ه
 المتوازيين فهو عمود على - الا - (٢) متساوية - فج ز - جيب
 التعديل في الدائرة نقطة - ب - ونصف قطرها - ب ج - •

ش - ١١٦



(١) ما حرم في الاصل (٢) كذا في الاصل

الا ان تلك - دز - جيب التعديل في الفلك الخارج المركز
و - دب - جيب تام التعديل ونخرج - ه ب - على استقامته (١)
وتقسيم - ب - على قطر - اس - ونزل عليه ايضا عمودى - ه ع
ب ل - فيكون - ب ل - جيب الحصة و - ل ح - جيب تمامها و
م ع - جيب زاوية الرؤية و - اف - الظل المعكوس لزاوية
الرؤية وكذلك كل خط مماس للدائرة على احد طرفي القوس
المفروضة يقع فيما بين الخطين المحيطين بالزاوية التي تؤثرها تلك القوس
المفروضة ونسبة نصف القطر اليه كنسبة جيب تمام تلك القوس الى
جيبها كما هو في هذا امثال نسبة - ه ا - لى - اف - كنسبة - ه ع
الى - ع م - فانه يسمى ظلًا معكوسًا لتلك القوس ونخرج عمود
ج ك - على - ب ح - فيكون الظل المعكوس زاوية التعديل من
اجل ان نسبة - ب ج - نصف القطر اليه على نسبة - ب ز
جيب تمام التعديل الى - ز ج - جيب التعديل نفسه ونخرج - ب
ج - على استقامة ونزل عليه عمود - ه ط - ثم لنسم اصطلاحاً - ب
ل - جيب الحصة و - ب ج - جيب تمامها وزاوية - ا ج ب
زاوية الحصة و - م ع - جيب الرؤية وزاوية - ا ه م - زاوية
الرؤية و - اف - ظل الرؤية ولنحذف عنه المعكوس اذ ليس
ليستعمل المستوى فيما نحن بسبيله ولنسم - ج ه - الاصل فان عليه
مدار الأمر في هذه الاعمال ومقادير تعاديل الحصص تتغير بتغيره

وزاوية - ج ب هـ - زاوية التعديل - و - ج ز - جيب التعديل
و - ج ك - ظل التعديل و - هـ ب - القطر - و - هـ ط - الضلع
و هـ د - كمال الأصل •

ثم يجب أن نعلم أن للعمل الواحد في نصف الفلك الذي
يحده منه البعد ان الأبعد والأقرب اختلافا في الشرائط باحوال
معدودة محدودة •

أما الأول منها فان يكون - ا ب - اقل من ربع دائرة فيكون
ل هـ - هو مجموع جيب تمام - ا ب - الى - ج هـ - الاصل ولنسم
جامعا ويكون - ب ط - ازيد من - ب ج - الجيب كله ولنسم
جيبا زائدا •

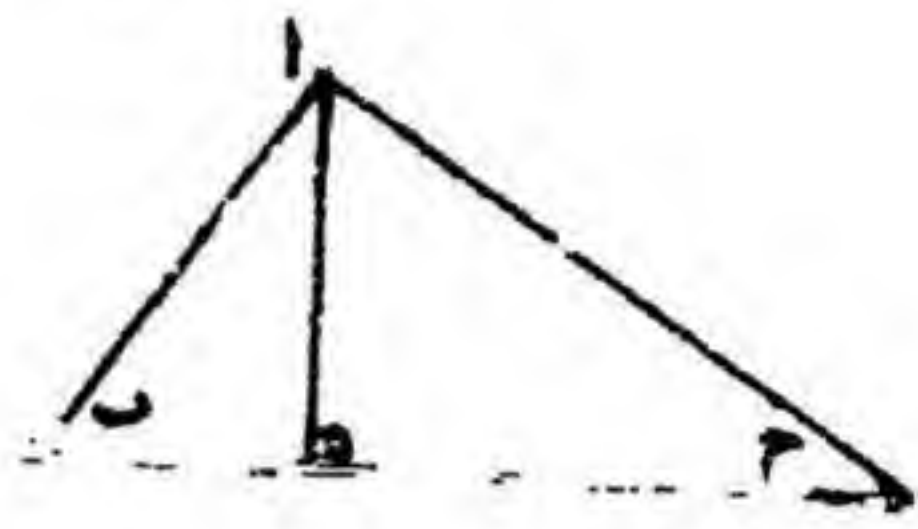
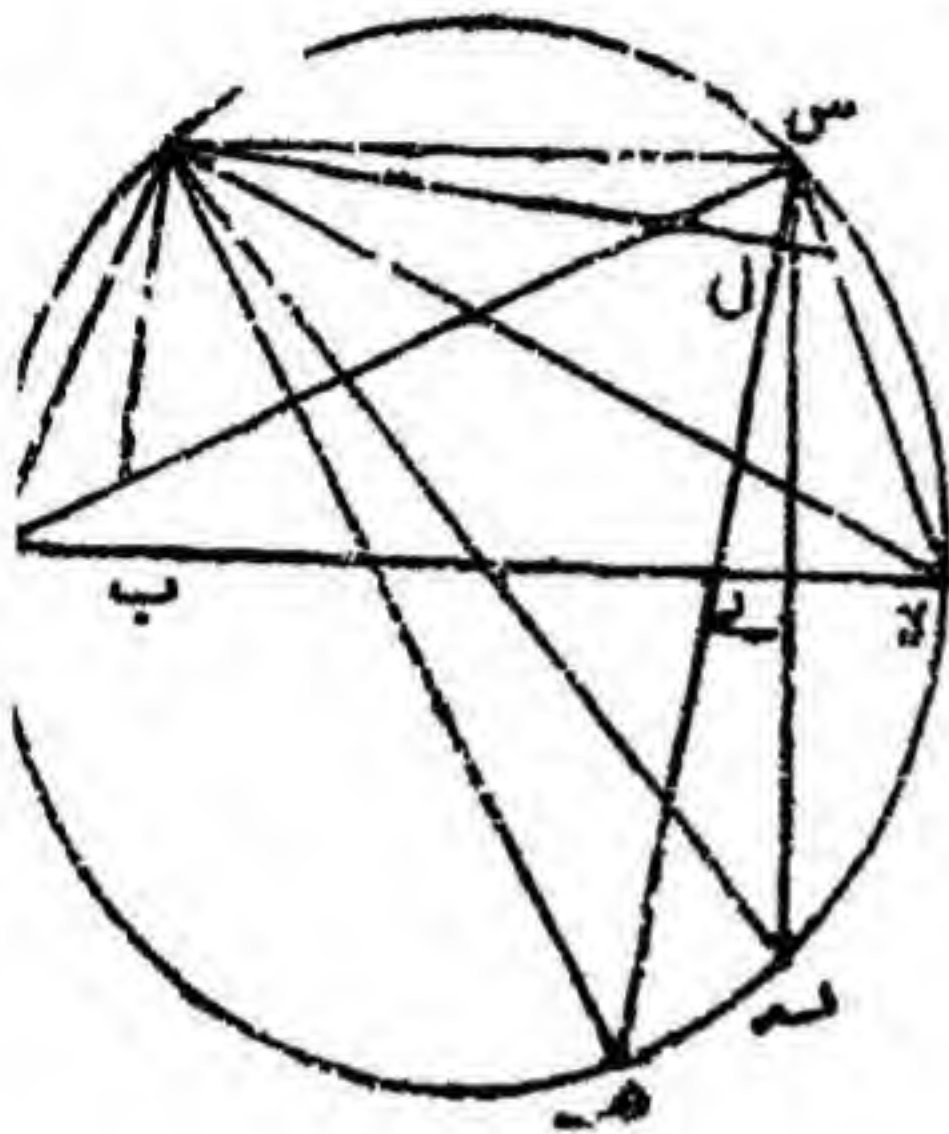
واما الثاني فان يكون - ا ب - ربعا تا ما فيكون - ل هـ
الجامع هو الاصل - ول ط - الجيب الزايد هو الجيب كله •

واما الثالث فان يكون - ا ب - أكثر من الربع وأقل من
مجموع الربع الاعظم ويسمى النطاق فيكون - ل هـ - فصل ما بين
الاصل • بين حيب تمام حيثئذ فصله و - ب ط - انقص من - ب ج
الجيب كله فلنسم جيبا ناقصا يكون - ا ب - مساويا النطاق
فتكون زاوية التعديل هو الأصل نفسه فيستغنى بذلك عن مدائر
الربع ونضع مكانه الخامس وبعده رابع النطاق فيكون - ل و - فصله
وب ط - جيبا ناقص الحصة فهذا القسم الأخير مأخوذ نقطة - د

وذلك ما اردنا الاخبار عنه •

ش - ١١٧

يباض في الاصل



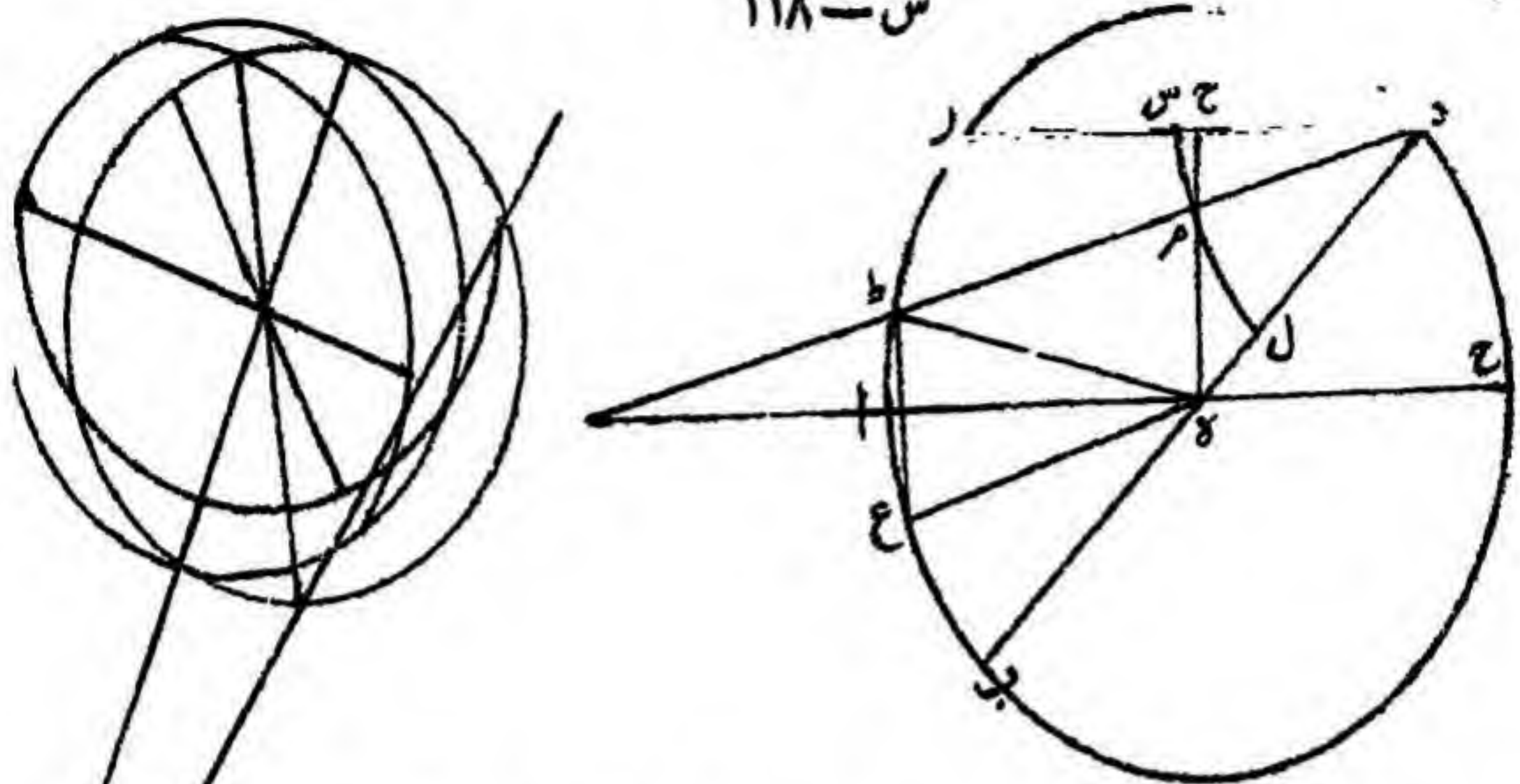
(١) ع - نصف قوس - ع ب - وتساوي قوسي - ط ا - ا ع
يقاطع وتر - ط ع - (١) نعمله فهو اذن قائم عليه قيام - ح هـ
ايضا عليه فهما متوازيان - وه ع - مواز - لم ط - (١) قطعة متوازية
الاضلاع - فم ط - مساو - له ع - نصف القطر وللاجتهاد في
معرفة وترثلث القوس ندير على مركز - د - ويبعد - د م - قوس
ل م س - فنسبة - ه م - الى - م ح - كنسبة مثلث - ه د - الى
مثلث - م د ح - ونسبة - ه م - الى - م ح - اعظم من نسبة قطاع
د ل م - الى قطاع - د م س - التي هي نسبة الضعف فخط - ه م
اعظم من ضعف - م ح - و - ه ح - نصف وتر - ت ز - ضعف
القوس المغطاة فناخذهم اكثر من ثلثي - ه ح - بشيء ما ونضربه في

مثله ونضرب - ح د - في مثله اعني نصف وترتمة - ز ب -
 الى نصف الدائرة ونجمع المبلغين وتأخذ جذر الجملة فيكون -
 د م - ونزيد عليه - م ط ك - المساوي لقطر الدائرة فيجتمع -
 د ك - ولتشابه مثلثي - د ح م - ك ه م - تكون نسبة - ه م -
 الى - م ح - كنسبة - ك م - الى - م د -

وبالتركيب نسبة - ه ح - الى - ح م - كنسبة - ك د -
 الى - د م - فنضرب - ه ح - في - د م - وتقابله بمضروب -
 ك د - في - ح م - الذي أخذناه انقص من ثلث - ه ح -

فان تساويا فذاك والازدنا وتقصنا بحسب ما يوجبه الحال
 حتى تحصل المساواة بينهما والمقدار الموضوع له م - هو المطلوب
 لكن نسبة - ه م - الى - ط ف - كنسبة - م ك - الى - ك ط -
 و - م ك - ضعف - ك ط - فه م - ايضا ضعف - ب ف المساوي -
 لف ع - و - ف ع - نصف وترضعف - ا ع - ثلث القوس
 المغطاة - فه ف - معلوم (١) معلوم ونسبة - ج ا - الى ا ع -
 كنسبة - ا ع - الى - ا ف - فاع - وترثلث قوس - ا ب -
 معلوم وهو الذي قصدناه .

ش - ١١٨



وقد سلكت في استخراج وتر الجزء الواحد في شرحي
لعل زيغ حبش طريقا آخر •

ثم جمعت ذلك الى ثلث اللد ماء والمحدثين في كتاب عملته
لحصر الطرق السائرة في استخراج اوتار الدائرة، فاجل ايدك الله
فكرك فيما جمعته لك، وتحققه حتى تنفتح به عليك ينايس الفطنة
وينحلي له عن عقلك صدى الغفلة، ويتوصل به الى ما يدق عن افهام
العوام وتنحسم بيني وبينك مواد الملام •

والحمد لله على منته العظام والصلوة على النبي خير الانام وآله

الطاهرين •

تم الكتاب والله الحمد

وفرغ ابو الريحان رحمه الله من تصنيفه

في رجب سنة ثمانى عشرة واربعائة

الشيخ